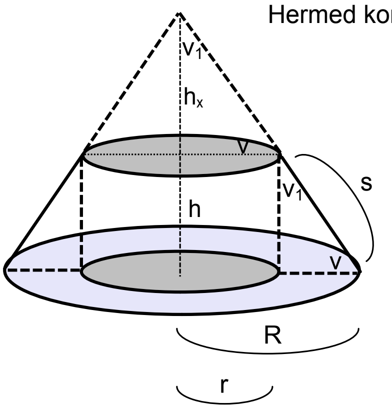
Forfatter: Jens Rodsten



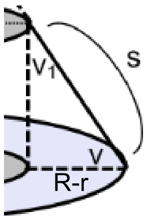
Jeg finder rumfanget af de to kegler og subtraherer den store med den lille. Hermed kommer keglestubben frem.

$$V \text{ af } K_{stor} = 1/3*(h+h_x)*Pi*R^2$$

$$V \text{ af } K_{lille} = 1/3*(h_x)*Pi*r^2$$

Hvad skal jeg bruge for at beregne K_{lille}:
Højden h_x
Radius r

Hvad skal jeg bruge for at beregne K_{stor}:
Højden $h+h_x)$
Radius R



Jeg skal finde h_x først!

For at finde h_x skal jeg enten bruge sinusrelationerne og vinkel v og v_1 eller min viden om kongruens i figurer. Definitionen af h_x genem kongrues står på næste side (s. 2) og er den enkleste.

h_x vha. sinusrelationerne

Jeg bruger sinusrelationerne og pythagoras til at definere først s og derefter v og v_1.

$$s = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$$

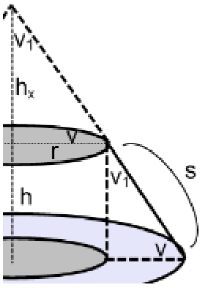
Sinusrelationerne kommer til at se således ud!

$$\frac{\text{Sin}(90)}{\sqrt{h^2 + (R-r)^2}} = \frac{\text{Sin}(v)}{h} = \frac{\text{Sin}(v1)}{R-r}$$

Det betyder at Sin(v) og Sin(v_1) bliver:

$$\text{Sin}(v) = \frac{h}{\sqrt{h^2 + (R-r)^2}} \qquad \text{Sin}(v_1) = \frac{R-r}{\sqrt{h^2 + (R-r)^2}}$$

Jeg bruger sinusrelationerne til at definere h_x



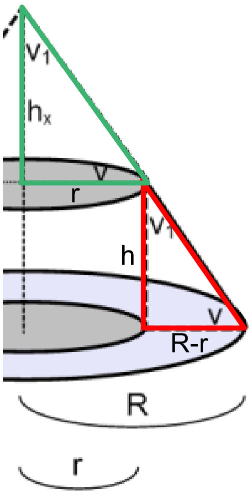
$$\frac{h_x}{\text{Sin}(v)} = \frac{r}{\text{Sin}(v_1)}$$

$$h_x = r * \frac{\text{Sin}(v)}{\text{Sin}(v_1)}$$

$$h_x = r * \frac{\frac{h}{\sqrt{h^2 + (R-r)^2}}}{\frac{R-r}{\sqrt{h^2 + (R-r)^2}}}$$

$$h_x = \frac{r * h}{R - r}$$

Teksten er udgivet under creative commons licens. Må ikke benyttes kommercielt.



h_x vha. kongruens

De to trekanter er kongruente, idet v og v_1 indgår i dem begge. Ved kongruente figurer er forholdet mellem deres sidelængder konstante. Dette kan vi bruge til at definere h_x

$$\frac{h_x}{r} = \frac{h}{R-r}$$

⇓

$$h_x = \frac{r * h}{R-r}$$

Super let!

Teksten er udgivet under creative commons licens. Må ikke benyttes kommercielt.

Nu da jeg har fundet h_x kan jeg indsætte udtrykket i de to kegleformler:

$$Kegle_{Stor} = 1/3 * Pi * (h+h_x) * R^2$$

$$Kegle_{Stor} = 1/3 * Pi * \left(h+\frac{r * h}{R-r}\right) * R^2$$

$$Kegle_{Stor} = 1/3 * Pi * \left(\frac{h*R - h*r + h*r}{R-r}\right) * R^2$$

$$Kegle_{Stor} = 1/3 * Pi * h * \frac{R}{R-r} * R^2$$

$$Kegle_{Stor} = 1/3 * Pi * h * \frac{R^3}{R-r}$$

$$Kegle_{lille} = 1/3 * Pi * h_x * r^2$$

$$Kegle_{lille} = 1/3 * Pi * \frac{r * h}{R-r} * r^2$$

$$Kegle_{lille} = 1/3 * Pi * h * \frac{r}{R-r} * r^2$$

$$Kegle_{lille} = 1/3 * Pi * h * \frac{r^3}{R-r}$$

Keglerne subtraheres og keglestubformlen kommer frem:

$$V_{Keglestub} = 1/3 * Pi * h * \left(\frac{R^3 - r^3}{R-r}\right)$$

Formlen kan omskrives til:

$$V_{Keglestub} = 1/3 * Pi * h * (R^2 + r^2 + Rr)$$

men jeg synes min version er mere elegant!

Jens Rodsten 3 timer

Eller hvad med denne her! :

$$V_{Keglestub} = Pi * h * \left(\frac{R^3 - r^3}{3R - 3r}\right)$$

Teksten er udgivet under creative commons licens. Må ikke benyttes kommercielt.