

# Matematik på VUC

## Modul 3a – modeller med mere

### Indholdsfortegnelse

Indledende talgymnastik .....	1
Formler .....	2
Reduktion .....	7
Ligninger .....	11
Ligninger som løsningsmetode i regneopgaver .....	17
Simulation .....	20
Blandede opgaver (1) .....	21
Brug af grafer og koordinatsystemer .....	22
Lineære funktioner .....	30
Andre funktioner .....	36
Kært barn har mange navne .....	38
Mønstre og formler .....	39
Blandede opgaver (2) .....	43

Udarbejdet af:

Niels Jørgen Andreasen, VUC Århus

nja@vucaarhus.dk

## Indledende talgymnastik

Regn så vidt muligt opgave 1 – 6 *uden* regnemaskine:

**1:** Regn:

**a:**  $6 \cdot 5 + 12 : 3$

**b:**  $8 + 15 : 5 - 11$

**c:**  $4 + 6 \cdot 9 - 4 \cdot 3$

**d:**  $4 \cdot 3 \cdot 2 + 7 \cdot 4 : 14$

**e:**  $(3 + 7) \cdot 4 - 9$

**f:**  $(47 - 15) : 8 + 6 + 3 \cdot 5$

**2:** Regn:

**a:**  $14 - 3 \cdot 6$

**b:**  $6 \cdot 4 - 9 \cdot 3$

**c:**  $15 - (-5)$

**d:**  $(-5) \cdot (-6)$

**e:**  $5 \cdot (-8) + 30$

**f:**  $(-48) : 6$

**3:** Regn:

**a:**  $\frac{6+8+10}{12-9}$

**b:**  $\frac{8+7}{8-5} - \frac{12+16}{13-6}$

**c:**  $8^2 - \frac{10 \cdot (7+8)}{3}$

**4:** Regn:

**a:**  $4 \cdot 7 + 3^3$

**b:**  $4 \cdot (-6) + (-4)^2$

**c:**  $6 + \sqrt{25}$

**d:**  $\sqrt{25} - \sqrt{4}$

**5:** Hvilket af disse udsagn er sandt?

**a:**  $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$

**b:**  $4^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

**c:**  $4^3 = 3 \cdot 4$

**6:** Regn:

**a:**  $5 \cdot 3 + 6^2 - \sqrt{49} - 14$

**b:**  $\sqrt{100} - \sqrt{64} + \sqrt{36}$

**c:**  $\frac{3^2 + (7+5) \cdot 3}{5^2 - 4^2}$

**d:**  $\frac{4^2 - \sqrt{2 \cdot 18}}{7^2 - 11 \cdot 4}$

**e:**  $\sqrt{\frac{3 \cdot 4 + 6^2}{12 \cdot 2 - 3 \cdot 7}}$

**7:** Regn – og nu må du bruge regnemaskine:

**a:**  $0,4 \cdot 2,8 + 1,7 \cdot 3,9$

**b:**  $6,3 \cdot 8,1 - 28,9 : 3,4$

**c:**  $18,5 : 14,8 + 11,7 - 2,5 \cdot 4,8$

**d:**  $7 \cdot 7,25 - \frac{17,25 + 29,25}{6}$

**e:**  $(816 + 911) \cdot 25 - 41.123$

**f:**  $\frac{3,3^2 - \sqrt{98,01}}{0,11}$

**Formler****8:** Regn disse opgaver med formler:**a:** Beregn:

$$y = 5 \cdot x + 2$$

når:  $x = 4$

**b:** Beregn:

$$b = 15 - 2 \cdot a$$

når:  $a = 7$

**c:** Beregn:

$$U = 6 \cdot V - 11$$

når:  $V = 3$

**d:** Beregn:

$$P = \frac{1}{2} \cdot Q - 18$$

når:  $Q = 40$

**e:** Beregn:

$$M = 18 : N$$

når:  $N = 3$

**f:** Beregn:

$$f = 100 - 9 \cdot g$$

når:  $g = 4$

**9:** Regn (nogle af) disse opgaver med formler:**a:** Beregn:

$$d = 13 - 2b$$

når:  $b = 4$

**b:** Beregn:

$$Z = 7Y + 12$$

når:  $Y = 4$

**c:** Beregn:

$$q = 5p - 17$$

når:  $p = 6$

**d:** Beregn:

$$y = \frac{32}{x} + 5$$

når:  $x = 16$

**e:** Beregn:

$$u = \frac{12}{v} - 2$$

når:  $v = 4$

**f:** Beregn:

$$b = \frac{a}{4} + 5$$

når:  $a = 24$

**10:** Regn (nogle af) disse opgaver med formler:**a:** Beregn:

$$z = 52 \cdot y - 117$$

når:  $y = 5$

**b:** Beregn:

$$m = 2,5 - 2n$$

når:  $n = 0,8$

**c:** Beregn:

$$y = \frac{x}{48} + 512$$

når:  $x = 816$

**d:** Beregn:

$$u = \frac{8,8}{v} + 0,5$$

når:  $v = 1,6$

**e:** Beregn:

$$J = 389 - 5k$$

når:  $k = 37$

**f:** Beregn:

$$Y = 0,2 \cdot x + 0,12$$

når:  $x = 0,9$

**11:** Regn (nogle af) disse opgaver med formler:

**a:** Beregn:

$$C = 5 \cdot A + 12 : B$$

$$\text{når: } A = 3 \text{ og } B = 4$$

**b:** Beregn::

$$z = 25 - x + 4 \cdot y$$

$$\text{når: } x = 15 \text{ og } y = 6$$

**c:** Beregn:

$$w = 3u - 12 + 4v$$

$$\text{når: } u = 5 \text{ og } v = 6$$

**d:** Beregn:

$$L = \frac{28}{m} + \frac{30}{n}$$

$$\text{når: } m = 4 \text{ og } n = 5$$

**12:** Sæt tal ind i (nogle af) disse bogstavudtryk:

**a:** Beregn:

$$a = 138 - 2 \cdot b + 17 \cdot c$$

$$\text{når: } b = 67 \text{ og } c = 16$$

**b:** Beregn:

$$z = 6,3 \cdot x - 4,2 \cdot y$$

$$\text{når: } x = 4,5 \text{ og } y = 3,8$$

**c:** Beregn:

$$c = \frac{a}{2,5} + 4,2 \cdot b$$

$$\text{når: } a = 9,5 \text{ og } b = 1,5$$

**d:** Beregn:

$$F = \frac{133}{g} + 22 \cdot h$$

$$\text{når: } g = 19 \text{ og } h = 7$$

**13:** Regn (nogle af) disse opgaver med formler:

**a:** Beregn:

$$F = \frac{2,5 \cdot d \cdot e}{6}$$

$$\text{når: } d = 4 \text{ og } e = 3$$

**b:** Beregn:

$$S = 2,4p - 4,1r$$

$$\text{når: } p = 7 \text{ og } r = 2$$

**c:** Beregn:

$$U = \frac{S}{3} + 4,5T$$

$$\text{når: } S = 15 \text{ og } T = 2$$

**d:** Beregn:

$$z = 2x + 7y - 8$$

$$\text{når: } x = 4,5 \text{ og } y = 5$$

**e:** Beregn:

$$C = \frac{1}{3}A + \frac{3}{4}B$$

$$\text{når: } A = 10,5 \text{ og } B = 22$$

**f:** Beregn:

$$J = \frac{K}{5L}$$

$$\text{når: } K = 15,5 \text{ og } L = 12,4$$

**14:** Regn (nogle af) disse opgaver med formler:

Beregn:

$$R = 5(p + q) - 3$$

$$\text{når: } p = 3 \text{ og } q = 4$$

**b:** Beregn:

$$b = \frac{5 + a}{2} - 3$$

$$\text{når: } a = 4$$

**d:** Beregn:

$$L = \frac{m - 2 \cdot n}{1,5} + m \cdot n$$

$$\text{når: } m = 9 \text{ og } n = 3$$

**a:** Beregn:

$$z = (x + y)(x - y)$$

$$\text{når: } x = 6,5 \text{ og } y = 2,5$$

**c:** Beregn:

$$z = \frac{x + y}{x - y}$$

$$\text{når: } x = 7 \text{ og } y = 3$$

**e:** Beregn:

$$U = (2,4 \cdot v + 1,6) : w$$

$$\text{når: } v = 3,5 \text{ og } w = 2,5$$

**15:** Regn (nogle af) disse opgaver med formler:

**a:** Beregn:

$$R = 5 \cdot p^2 + 4$$

$$\text{når: } p = 3$$

**c:** Beregn:

$$b = 2 \cdot \sqrt{a}$$

$$\text{b når: } a = 25$$

**e:** Beregn:

$$z = \frac{2x^2}{\sqrt{y}}$$

$$\text{når: } x = 2 \text{ og } y = 16$$

**g:** Beregn:

$$K = \frac{2\sqrt{j}}{3}$$

$$\text{når: } j = 5,9$$

Afrund til 1 decimal.

**b:** Beregn:

$$y = 0,5 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 10$$

$$\text{når: } x = 6$$

**d:** Beregn:

$$L = (m - n)^2 + \sqrt{m + n}$$

$$\text{når: } m = 7 \text{ og } n = 2$$

**f:** Beregn:

$$U = \frac{v^2 + 4}{w - 10} + 2 \cdot (w - v)$$

$$\text{når: } v = 6 \text{ og } w = 15$$

**h:** Beregn:

$$T = 7,3s^2 - 4,2s$$

$$\text{når: } s = 4,8$$

Afrund til 2 decimaler.

I geometri bruges formler til beregning af bl.a. omkreds (O), areal (A).

Enhederne skal passe sammen. Sætter man fx meter-tal ind i en formel, får man omkredsen i meter (m) og arealet i kvadratmeter (m<sup>2</sup>).

### 16: Geometriske formler - rektangler

- a:** Beregn omkredsen af et rektangel med en længde (l) på 8 m og en bredde (b) på 6 m.  
(Det svarer til gulvet i mange klasseværelser)
- b:** Beregn arealet af et rektangel på 8 m X 6 m.
- c:** Beregn arealet af et rektangel på 30 m X 25 m.  
(Det svarer til en typisk byggegrund)
- d:** Beregn omkredsen af et rektangel på 30 m X 25 m.

#### Rektangel

$$O = 2 \cdot l + 2 \cdot b$$

og

$$A = l \cdot b$$



### 17: Geometriske formler - cirkler

I cirkel-formler bruges tallet  $\pi$  (læses pi).

Det er et uendeligt decimaltal, som starter med 3,14...

Mange regnemaskiner har en  $\pi$ -knap.

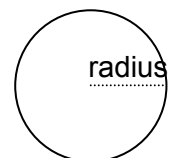
- a:** Beregn omkredsen af en cirkel med en radius på 0,60 m. (Det svarer til et typisk rundt bord)
- b:** Beregn arealet af en cirkel med en radius på 0,60 m.
- c:** Beregn omkreds og areal af en cirkel med en radius på 1,20 m.

#### Cirkel

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r$$

og

$$A = \pi \cdot r^2$$

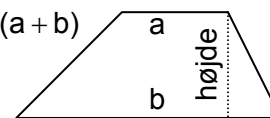


### 18: Geometriske formler - trapezer

- a:** Beregn arealet af et trapez hvor de parallelle sider (kaldet a og b) er 10 m og 6 m og højden er 4 m.
- b:** Beregn arealet af et trapez hvor de parallelle sider er 7,50 m og 4,70 m og højden er 3,85 m.

#### Trapez

$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a + b)$$



### 19: Geometriske formler – trekanter.

Der findes flere formler for arealet af en trekant.

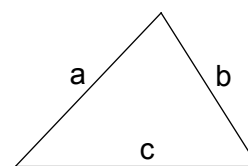
Den her kaldes også Herons formel.

I formelen indgår sidelængderne og den halve omkreds s.

$$s = \frac{a + b + c}{2}$$

Beregn arealet af en trekant med sidelængderne 6 cm, 7 cm og 8 cm.

#### Trekant



$$A = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$$

**20: Taxa-priser**

- a:** Hvad koster en tur på fem km med Harrys Hyrevogne?  
**b:** Du skal finde en formel for prisen på en tur med Harry.  
 P er prisen i kr. og L er turens længde i km.  
 Hvilke af disse skrivemåder kan bruges?  
 (Der er flere muligheder)

$$P = L + 40$$

$$P = 10 \cdot L + 40$$

$$P = L \cdot 40 + 10$$

$$P = 10 \cdot (L + 40)$$

$$P = 40 + 10 \cdot L$$

$$P = L \cdot 40 + 10$$

$$P = L \cdot 10 + 40$$

$$P = 40 + L \cdot 10$$

- c:** Hvad koster en tur på fem km med Toves Taxa?  
**d:** Skriv selv en formel for prisen på en tur med Toves Taxa.  
 (Du må gerne skrive formlen på flere måder.)

**Harrys Hyrevogne**

10 kr. pr. km

40 kr. i startgebyr

**Toves Taxa**

15 kr. pr. km

20 kr. i startgebyr

**21: Bus-priser**

- a:** Hvad koster en kontantbillet til to zoner?  
 (Du skal ikke regne - find blot tallet)  
**b:** Du skal finde en formel for prisen på en kontantbillet.  
 P er prisen i kr. og Z er antal zoner.  
 Hvilken af disse formler kan bruges?  
 (Det er lidt drilsk - tænk dig godt om)

$$P = Z + 12$$

$$P = 3 \cdot Z + 12$$

$$P = 3 \cdot Z + 9$$

$$P = 3 \cdot (Z + 12)$$

- c:** Kan du selv skrive formlen på andre måder?  
 (Hvis ikke, så gå blot videre)  
**d:** Hvad koster et 10-turs-kort til fire zoner?  
**e:** Skriv selv en formel for prisen på et 10-turs-kort.  
 Skriv evt. formlen på flere måder.  
**f:** Hvad koster et månedskort til seks zoner?  
**g:** Skriv selv en formel for prisen på et månedskort.  
 Skriv evt. formlen på flere måder.

Prisliste for Andeby Amts Bustrafik			
Antal zoner	Kontantbillet	10-turs-kort	Månedskort
1	12	80	200
2	15	100	250
3	18	120	300
4	21	140	350
5	24	160	400
6	27	180	450

**22: Få fat på nogle tabeller med rigtige bus- eller togpriser.**

Undersøg om man kan opstille formler, der ligner dem, som du lavede ovenfor.

**Reduktion****23:** Hvilke udtryk er ens?

**a:**  $4x + 7x$

**A:**  $3x$

**b:**  $x + x + x + x + x$

**B:**  $2x$

**c:**  $9x - 6x - 2x$

**C:**  $11x$

**d:**  $5x - 4x + 3x - 2x + x$

**D:**  $5x$

**e:**  $8x - 5x - x$

**E:**  $x$

**24:** Reducer disse udtryk:

$5a + 3a$

$7 \cdot b - 2 \cdot b$

$2x + x$

$7y - y$

$c + c$

$8 \cdot u - 3 \cdot u - 2 \cdot u$

$4z + 2z + 3,5z$

$5a - 9a + 2a$

$1,5b + 2b - b$

**25:** Hvilke udtryk er ens?

**a:**  $8a + 7 - 5a + 3$

**A:**  $3a + 2$

**b:**  $a + 1 + a + 1 + a$

**B:**  $a + 1$

**c:**  $9a - 6 - 2a + 4$

**C:**  $3a + 10$

**d:**  $5a - 4a + 3 - 2$

**D:**  $4a + 2$

**e:**  $8 - 5a - 6 + 9a$

**E:**  $7a - 2$

**26:** Reducer disse udtryk:

$2a + 5 + 4a - 3$

$9b - 6b + 7 - b$

$3x + 8 + 5x - 7,5$

$4 + 2y + 12 - y - 8$

$4 + 2c - 3 + c - 2$

$2u - 3 - 7u + 5$

$z + 2 + 5,2z - 6$

$9 \cdot a + 7 - 6 \cdot a - 2 \cdot a$

$2b + 6 - 4b + 5b - 8$

**27:** Hvilke udtryk er ens?

**a:**  $4x + 3y + 5x - y + 6$       **A:**  $x - 3y + 3$

**b:**  $6x + 2y + 4 - x + 7y - 9$       **B:**  $3x + 7y + 7$

**c:**  $3x - 5y - 2x + 3 + 2y$       **C:**  $x + 3y - 5$

**d:**  $9 + 4y - 2x + 3y - 2 + 5x$       **D:**  $9x + 2y + 6$

**e:**  $y - 3x - 5 - x + 2y + 5x$       **E:**  $5x + 9y - 5$

**28:** Reducer disse udtryk:

$$5a + 3b - 2a + b$$

$$a + 7b - 2b + 3a - b$$

$$4u + 2v + 1,5 + 2,3u + v + 1$$

$$x + 7y + 4 + 2x - y$$

$$c + 2d + 3 - 7d - 4$$

$$2u - 3v - 8u + 5 + 4v$$

$$u + 3v + 5 + 4u + v + 1$$

$$9p - 6q + 2p - q - 5$$

$$2a + 4b + c - b + 3a - 5c$$

**29:** Reducer disse udtryk:

$$150a + 37b + 271a - 49b$$

$$78u - 216v + u + 121v$$

$$5.247m + 7.215n - 3.967m + 456n$$

$$0,7x + 1,2y + 2x - 0,5y$$

$$4,2a + 7,3b + 0,9a - 2,8b$$

$$0,75c + 3,15d + 1,75c - 0,05d$$

**30:** Indsæt  $a = 2$  og  $b = 3$  i disse bogstavudtryk:

$$6a + 7b - 11a + 6b + 7a - 8b + 2a - 3b$$

$$a + 8b + 2a - 3b + 3a - b + 4a - 2b - 6a$$

**31:** Reducer begge bogstavudtrykkene fra opgave **30**.

Indsæt også  $a = 2$  og  $b = 3$  i de reducerede bogstavudtryk.

**32:** Reducer disse udtryk:

$$\frac{1}{5}a + \frac{2}{5}a$$

$$\frac{2}{9}x + \frac{3}{7}y + \frac{4}{9}x + \frac{2}{7}y$$

$$\frac{1}{2}a + 4 + 2a + 3 - a$$

$$\frac{1}{8}b + 7 + \frac{3}{8}b - 3$$

$$\frac{1}{6}z + 5 + z + \frac{5}{6}z - 2$$

$$\frac{1}{3}a + 5 + a + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}a$$

**33:** Hvilke udtryk er ens?

**a:**  $a \cdot a \cdot a \cdot a$

**A:**  $a$

**b:**  $a + a + a + a$

**B:**  $2a^3$

**c:**  $a^2 + 2a^2$

**C:**  $3a$

**d:**  $2 \cdot 5a - 4a$

**D:**  $4a$

**e:**  $10a : 2 - 2a$

**E:**  $6a$

**f:**  $a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot a$

**F:**  $3a^2$

**g:**  $\frac{6a}{3} - a$

**G:**  $a^4$

**34:** Reducer disse udtryk:

$2 \cdot 3a + 5 + 4a - 3$

$3 + 4 \cdot 3b - 7b + 7 - 2b$

$4y + 5 \cdot 3x + 8 \cdot 2y - 7x$

$12x : 3 + 2 + 5x - 4 \cdot 2$

$4c^2 + 2c^2 - 3 - 2$

$7u^2 - 3 - 2u + 5u^2 + 6u - 2$

$z \cdot z + 2 + 5z^2 - 2 \cdot 3$

$9a \cdot a \cdot a + 7 - 6a \cdot a^2 - 2$

$\frac{8b}{4} + 6 + 4b - 8$

**35:** Hvilke udtryk er ens?

**a:**  $6a + (5 - 2a) - 4$

**A:**  $4a + 8$

**b:**  $a + (3a + 2) + 6$

**B:**  $4a + 6$

**c:**  $9 + (6a - 3) - 2a$

**C:**  $4a + 1$

**36:** Hvilke udtryk er ens?

**a:**  $3(2a + 4b)$

**A:**  $4a - 3b$

**b:**  $(4a - 2b) \cdot 4$

**B:**  $5a + b$

**c:**  $(8a - 6b) : 2$

**C:**  $6a + 12b$

**d:**  $\frac{15a + 3b}{3}$

**D:**  $16a - 8b$

**37:** Reducer (nogle af) disse udtryk:

$$7a + (5 - a) - 8$$

$$10 + (5x - 9) - 2x$$

$$8y - 4z + (6z - 2y) - y$$

$$2(2a + 5) + 5a - 3$$

$$9b + 3(4 - 2b)$$

$$3(4x + 3y + 5) + 5x - 7y - 10$$

$$4(2y + 3) + (6y - 8) : 2$$

$$10d + 10(2c - 3d) + c$$

$$\frac{12u - 6}{3} + 5u + 4$$

**38:** Hvilke udtryk er ens?

**a:**  $8a - (5 + 2a) + 3$

**A:**  $5a + 3$

**b:**  $5a - (3a - 2) + 4$

**B:**  $4a - 1$

**c:**  $9 - 2(5 - 2a)$

**C:**  $2a + 6$

**d:**  $13a - 4(2a + 3) + 15$

**D:**  $6a - 2$

**39:** Reducer (nogle af) disse udtryk:

$$10x - (4 + 6x) + 7$$

$$7y - (4y - 3z) + 8z$$

$$11 - 2(4 - 3a) - a$$

$$12 - (2a + 3) + 5a$$

$$11u - 3(2u + 4) + 16$$

$$5c - 4(3d - 2c) + 14d$$

**40:** Indsæt  $a = 2$  og  $b = 3$  i disse bogstavudtryk:

$$5a + \frac{6b}{2} + 6 - 2b - \frac{12a}{2} + 4 \cdot 2a - 5$$

$$2 \cdot a \cdot a + 2a + 5b^2 - a + 3b - 4 \cdot b \cdot b - a^2$$

**41:** Reducer begge bogstavudtrykkene fra opgave 40.

Indsæt også  $a = 2$  og  $b = 3$  i de reducerede bogstavudtryk.

**42:** Reducer (nogle af) disse udtryk:

$$\frac{12b}{3} + 6a + 4b - \frac{15a}{5}$$

$$5 + 3x + 2(4 - 2x) - 10$$

$$15 - 3(2b + a) + 5a + 6b$$

$$24x : 6 + 7 - 3x - 3 \cdot 2 + x$$

$$12y + 2 \cdot 3x - 4 - 4 \cdot 2y - 5x$$

$$\frac{12a + 8b}{4} - 2a - b$$

## Ligninger

**43:** Løs disse ligninger. Prøv om du *både* kan gætte resultaterne og regne dig frem til dem ved at bruge reglerne for ligningsløsning.

**a:**  $3 + x = 7$

**b:**  $x - 5 = 4$

**c:**  $11 = x + 8$

**d:**  $7 = 13 - a$

**e:**  $5 + x = 12$

**f:**  $3 = x - 7$

**g:**  $3 \cdot x = 15$

**h:**  $5x = 20$

**i:**  $24 = y \cdot 8$

**j:**  $x : 3 = 6$

**k:**  $12 : b = 3$

**l:**  $4 = x : 8$

**44:** Løs (nogle af) disse ligninger:

**a:**  $x + 57 = 99$

**b:**  $x + 115 = 334$

**c:**  $83 + a = 117$

**d:**  $713 + x = 1.298$

**e:**  $y - 47 = 78$

**f:**  $x - 236 = 184$

**g:**  $268 = x + 139$

**h:**  $9.128 = x + 3.911$

**i:**  $178 = x - 39$

**j:**  $x + 1,6 = 8,2$

**k:**  $y - 3,4 = 17,1$

**l:**  $0,4 = x - 0,9$

**45:** Løs (nogle af) disse ligninger. De er lidt drilske.

**a:**  $94 - x = 47$

**b:**  $542 - x = 227$

**c:**  $3,4 - x = 1,7$

**d:**  $415 = x - 121$

**e:**  $65 = 91 - u$

**f:**  $12,5 = 27,1 - v$

**46:** Løs (nogle af) disse ligninger:

**a:**  $32 \cdot x = 448$

**b:**  $29 \cdot x = 1.682$

**c:**  $11x = 594$

**d:**  $x \cdot 78 = 546$

**e:**  $x \cdot 16 = 112$

**f:**  $306 = 17 \cdot a$

**g:**  $528 = 44b$

**h:**  $4.692 = x \cdot 46$

**i:**  $1.230 = x \cdot 82$

**j:**  $4,8 \cdot x = 45,6$

**k:**  $6,5y = 74,1$

**l:**  $58,76 = x \cdot 5,2$

47: Løs (nogle af) disse ligninger:

a:  $x : 8 = 17$

b:  $x : 23 = 19$

c:  $x : 3,5 = 4,8$

d:  $\frac{a}{42} = 12$

e:  $\frac{x}{1,2} = 7,5$

f:  $115 = \frac{1}{6}x$

48: Løs (nogle af) disse ligninger:

a:  $4 = x : 778$

b:  $5,6 \cdot x = 47,6$

c:  $17,3 = x : 6,6$

d:  $204 = 12 \cdot a$

e:  $6,8 = y : 11,5$

f:  $x \cdot 712 = 6.408$

49: Løs (nogle af) disse ligninger. De er lidt drilske.

a:  $72 : x = 8$

b:  $21 : a = 7,5$

c:  $45 = 1.035 : x$

d:  $\frac{48}{x} = 6$

e:  $\frac{34}{x} = 8,5$

f:  $12,4 = \frac{117,8}{b}$

50: Løs (nogle af) disse ligninger. Flere af resultaterne er negative tal.

a:  $x + 19 = 12$

b:  $2x = -14$

c:  $x - 7 = -12$

d:  $x - 3 = 18$

e:  $-7 = x + 3$

f:  $x : 2 = -6$

g:  $5 + x = -12$

h:  $3x = 21$

i:  $x + 8 = -4$

51: Løs disse ligninger. Prøv om du *både* kan gætte resultaterne og regne dig frem til dem ved at bruge reglerne for ligningsløsning.

a:  $3 \cdot x + 5 = 11$

b:  $2x - 5 = 9$

c:  $\frac{x}{3} - 7 = 1$

d:  $21 = 4x + 9$

e:  $x : 3 + 2 = 7$

f:  $10 = 7 + x : 4$

g:  $3x + 100 = 250$

h:  $\frac{1}{3}x + 15 = 40$

i:  $15 = 25 - x : 4$

j:  $8 = \frac{x}{4} + 5$

k:  $40 = 100 - 4x$

l:  $18 = 2 \cdot x + 8$

52: Løs (nogle af) disse ligninger:

**a:**  $32 \cdot x + 19 = 403$

**b:**  $12x - 56 = 832$

**c:**  $119 = 5 \cdot x + 34$

**d:**  $3,8x + 1,5 = 11$

**e:**  $8 = \frac{x}{5} - 19$

**f:**  $29 = 3x - 5,5$

**g:**  $222 = 44 \cdot x + 112$

**h:**  $x : 3 + 12 = 90$

**i:**  $14 + \frac{x}{7} = 25$

**j:**  $\frac{1}{4} \cdot x + 58 = 170$

**k:**  $2,4 \cdot x - 7,1 = 20,5$

**l:**  $x : 11 + 211 = 234$

53: Løs (nogle af) disse ligninger. Måske kan du gætte nogle af resultaterne.

**a:**  $\frac{2 \cdot x}{3} = 8$

**b:**  $\frac{4}{5}x = 12$

**c:**  $\frac{3x}{7} = 24$

**d:**  $45 = \frac{5 \cdot x}{8}$

**e:**  $28 = \frac{x \cdot 5}{13}$

**f:**  $\frac{7 \cdot x}{9} = 5,6$

54: Løs (nogle af) disse ligninger. Måske kan du gætte nogle af resultaterne.

**a:**  $\frac{x+4}{2} = 6$

**b:**  $\frac{11+x}{4} = 7$

**c:**  $\frac{x \cdot 4}{3} + 2 = 10$

**d:**  $(x+3) \cdot 2 = 14$

**e:**  $(8-x) \cdot 4 = 20$

**f:**  $(15+x) : 4 = 11$

**g:**  $(x+12) : 2 = 10$

**h:**  $8 \cdot (x-6) = 34$

**i:**  $(7,2+x) \cdot 4 = 82$

**j:**  $2 = \frac{4,2x}{3} - 1,5$

**k:**  $6 = \frac{2x+28}{8}$

**l:**  $\frac{4x+42}{8,5} = 12$

55: Løs (nogle af) disse ligninger:

**a:**  $4,7 + 2,5x = 9,2$

**b:**  $0,8 + 3,2x = 5,6$

**c:**  $12 = \frac{x}{3,4} + 5,2$

**d:**  $3,5 = \frac{24-x}{4}$

**e:**  $53 + \frac{x}{24} = 101$

**f:**  $x \cdot 2,8 - 5,6 = 7$

**g:**  $47 - 3,5x = 30,2$

**h:**  $x \cdot 9,6 - 0,4 = 110$

**i:**  $25 - \frac{1}{5}x = 13$

**56:** Løs (nogle af) disse ligninger. Flere af resultaterne er negative tal.

**a:**  $3 \cdot x + 18 = 12$

**b:**  $2x + 10 = 4$

**c:**  $2x - 7 = -15$

**d:**  $4x - 3 = x + 18$

**e:**  $6 \cdot x - 7 = -19$

**f:**  $2x + 5 = 3x + 9$

**g:**  $\frac{x}{2} + 8 = 13$

**h:**  $4 = \frac{x}{5} + 6$

**i:**  $x : 5 + 8 = 2$

**57:** Løs (nogle af) disse ligninger:

**a:**  $6 \cdot x - 5 = 4 \cdot x + 1$

**b:**  $8 \cdot x - 15 = 5 \cdot x + 6$

**c:**  $7x - 22 = x + 8$

**d:**  $7x - 51 = 2x - 6$

**e:**  $2 \cdot x + 5 = 4 \cdot x - 11$

**f:**  $9x + 15 = 14x - 3$

**g:**  $5x - 1,5 = 3x + 10,9$

**h:**  $7,2 \cdot x - 4,2 = 5,8 \cdot x + 2,1$

**58:** Løs (nogle af) disse ligninger.:

**a:**  $4 \cdot x - 10 + 2x = 4 \cdot x$

**b:**  $6 + (x - 5) = 2 \cdot x - 7$

**c:**  $7x - 3 = 4(x + 2) + 2x - 8$

**d:**  $2 + 5(x - 4) - 2x = x + 6$

**e:**  $16 - (2x - 3) = x - 8$

**f:**  $2 \cdot 9 - 5(x - 2) - x = 4$

**59:** Løs (nogle af) disse ligninger. Afrund resultaterne til en decimal.

**a:**  $15 \cdot x + 12 = 278$

**b:**  $21x - 16 = 32$

**c:**  $7x - 2 = 4x + 9$

**d:**  $(5,8 + x) \cdot 7 = 93$

**e:**  $19 = \frac{x \cdot 7}{12}$

**f:**  $1,9x - 2,1 = 3,2x + 6,8$

**60:** Løs (nogle af) disse ligninger. Afrund resultaterne til to decimaler.

**a:**  $68 \cdot x + 79 = 748$

**b:**  $2,1x + 4,8 = 9,3$

**c:**  $6,5x - 3 = 4,2x + 8$

**d:**  $222x - 71 = 78x + 98$

**61:** Løs (nogle af) disse ligninger:

**a:**  $x^2 = 9$

**b:**  $x^2 = 25$

**c:**  $x^2 = 64$

**d:**  $x^2 = 169$

**e:**  $x^2 = 38,44$

**f:**  $x^2 = 0,25$

**62:** Løs (nogle af) disse ligninger:

**a:**  $2 \cdot x^2 = 32$

**b:**  $3 \cdot x^2 = 12$

**c:**  $4 \cdot x^2 = 25$

**d:**  $x^2 - 19 = 30$

**e:**  $x^2 + 4 = 125$

**f:**  $\frac{x^2}{3} = 12$

**63:** Løs (nogle af) disse ligninger:

**a:**  $\sqrt{x} = 4$

**b:**  $\sqrt{x} = 10$

**c:**  $\sqrt{x} = 6$

**d:**  $\sqrt{x} = 2$

**e:**  $\sqrt{x} = 8$

**f:**  $\sqrt{x} = 7$

**64:** Løs (nogle af) disse ligninger:

**a:**  $2 \cdot \sqrt{x} = 10$

**b:**  $4 \cdot \sqrt{x} = 12$

**c:**  $8 \cdot \sqrt{x} = 8$

**d:**  $\sqrt{x} - 3 = 4$

**e:**  $\sqrt{x} + 4 = 16$

**f:**  $\frac{\sqrt{x}}{3} = 2$

**65:** Løs (nogle af) disse ligninger:

**a:**  $\frac{1}{3} \cdot x^2 = 27$

**b:**  $3x^2 + 3 = 150$

**c:**  $5\sqrt{x} + 10 = 30$

**d:**  $\frac{\sqrt{x}}{4} - 5 = 20$

**e:**  $\frac{x^2}{8} - 3 = 15$

**f:**  $\frac{8\sqrt{x}}{3} = 32$

**66:** Løs (nogle af) disse ligninger. Afrund resultaterne til en decimal.

**a:**  $\frac{7x^2}{5} = 40$

**b:**  $5x^2 - 47 = 103$

**c:**  $\frac{1}{4} \cdot x^2 = 200$

**d:**  $4\sqrt{x} - 8 = 7$

**e:**  $\sqrt{x} + 2,8 = 13,5$

**f:**  $\frac{3}{4} \cdot x^2 = 50$

**67:** Brug denne formel

$$y = 5 \cdot x + 7$$

til...

**a:** ...at finde y når:  $x = 4$ **b:** ...at finde x når:  $y = 52$ **68:** Brug denne formel

$$m = 1,2 \cdot n - 7$$

til...

**a:** ...at finde m når:  $n = 15$ **b:** ...at finde n når:  $m = 23$ **69:** Brug denne formel

$$s = \frac{r}{12} + 17$$

til...

**a:** ...at finde s når:  $r = 42$ **b:** ...at finde r når:  $s = 30$ **70:** Brug denne formel

$$G = \frac{7 \cdot f}{9}$$

til...

**a:** ...at finde G når:  $f = 16,2$ **b:** ...at finde f når:  $G = 47,6$ **71:** Brug denne formel

$$R = \frac{P \cdot Q}{7,2}$$

til...

**a:** ...at finde R når:  $P = 5,4$  og  $Q = 2,4$ **b:** ...at finde P når:  $R = 15$  og  $Q = 9$ **c:** ...at finde Q når:  $R = 35$  og  $P = 16,8$ **72:** Brug denne formel

$$W = 2,5 \cdot U + 1,2 \cdot V$$

til...

**a:** ...at finde W når:  $U = 4,2$  og  $V = 6,5$ **b:** ...at finde U når:  $W = 13,5$  og  $V = 5$ **c:** ...at finde V når:  $W = 6,3$  og  $U = 1,8$ **73:** Når ting falder gælder denne formel:

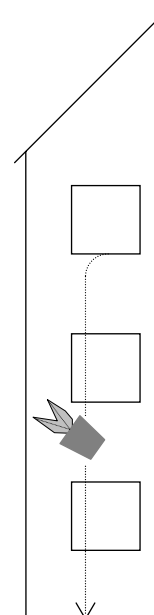
$$s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \text{ hvor}$$

- g er et fast tal på 9,8 (kaldet tyngdeaccelerationen)
- t er tiden i sekunder
- s er faldvejen i meter.

- a:** En pottedplante falder ud af et vindue. Hvor langt vil planten kunne falde på 2 sekunder?
- b:** Forestil dig at planten falder fra en højde på 705 cm. Hvor lang tid varer faldet?

Formlen kan kun bruges, hvis luftmodstanden ikke er alt for stor.

- c:** Forestil dig at pottedplanten falder fra øverste etage af en 400 m høj skyskraber. Hvor lang tid varer faldet, hvis formelen kan bruges?
- d:** Tror du, at formelen kan bruges i opgave c?



## Ligninger som løsningsmetode i regneopgaver

Opgaverne i dette afsnit kan godt løses uden brug af ligninger, men du *skal øve* dig i at arbejde med ligninger.

**74:** En far og en søn er tilsammen 42 år. Faderen er 5 gange så gammel som sønnen. Du skal finde ud af, hvor gamle de er.

**a:** Hvilken af disse ligninger kan bruges, når sønnens alder kaldes  $x$ ?

$$x + 5x = 42$$

$$5x - x = 42$$

**b:** Løs den rigtige ligning og find personernes alder.

**75:** En mor og en datter er tilsammen 48 år. Moderen er 3 gange så gammel som datteren. Du skal finde ud af, hvor gamle de er.

**a:** Skriv en ligning som kan bruges, når datterens alder kaldes  $x$ .

**b:** Løs ligningen og find personernes alder.

**76:** En far og en søn er tilsammen 52 år. Faderen er 24 år ældre end sønnen. Du skal finde ud af, hvor gamle de er.

**a:** Hvilken af disse ligninger kan bruges, når sønnens alder kaldes  $x$ ?

$$x + (x + 24) = 52$$

$$52 - x = 24$$

**b:** Løs den rigtige ligning og find personernes alder.

**77:** En mor og en datter er tilsammen 47 år. Datteren er 25 år yngre end moderen. Du skal finde ud af, hvor gamle de er.

**a:** Hvilken af disse ligninger kan bruges, når moderens alder kaldes  $x$ ?

$$25 + x = 47$$

$$x + (x - 25) = 47$$

**b:** Løs den rigtige ligning og find personernes alder.

**78:** Anna og Britta skal dele 500 kr. således at Britta får 150 kr. mere end Anna. Du skal finde ud af, hvor mange penge de skal have.

**a:** Skriv en ligning som kan bruges, når Anna får  $x$  kr.

**b:** Løs ligningen og fordel pengene.

**79:** Carlo og Danny skal dele 340 kr. således at Danny får 3 gange så meget som Carlo.  
Du skal finde ud af, hvor mange penge de skal have.

**a:** Skriv en ligning som kan bruges, når Carlo får  $x$  kr.

**b:** Løs ligningen og fordel pengene.

**80:** Tre søskende er tilsammen 38 år. Den ældste er 5 år ældre end den mellemste, og den mellemste er 3 år ældre end den yngste.  
Du skal finde ud af, hvor gamle de er.

**a:** Hvilken af disse ligninger kan bruges, når den yngste er  $x$  år?

$$x + 3x + 5x = 38$$

$$x + (x + 3) + (x + 3 + 5) = 38$$

**b:** Løs den rigtige ligning og find personernes alder.

**81:** Erik, Frede og Gorm er tilsammen 200 år. Frede er 42 år ældre end Erik, og Gorm er 8 år ældre end Frede.  
Du skal finde ud af, hvor gamle de er.

**a:** Skriv en ligning som kan bruges, når Eriks alder kaldes  $x$ .

**b:** Løs ligningen og find personernes alder.

**82:** Rita, Signe, Tine, Ulla og Vivi skal dele 600 kr.

Signe skal have det samme som Rita. Tine skal have halvt så meget som Rita.

Ulla skal have dobbelt så meget som Rita. Vivi skal have tre gange så meget som Rita.

Du skal finde ud af, hvor mange penge de skal have.

**a:** Skriv en ligning som kan bruges, når Rita får  $x$  kr.

**b:** Løs ligningen og fordel pengene.

**83:** Lav selv nogle opgaver der ligner opgaverne ovenfor.

Lav en facitliste til dine opgaver og byt opgaver med en klassekammerat.

Prøv om I kan regne hinandens opgaver.

**84: Birgers billige Bageri**

Olfert er sendt til bageren efter to rugbrød.

Han har 50 kr. med og kommer til at købe studenterbød for de penge, som er til overs.

Du skal finde ud af, hvor mange studenterbød han får.

**a:** Hvilken af disse ligninger kan bruges?

$$2 \cdot 15 + 5 \cdot x = 50 \quad 15 + x = 50 - 5$$

**b:** Løs den rigtige ligning og find antal studenterbød.

Gerda er sendt til bageren efter fire franskbrød.

Hun har 100 kr. med og kommer til at købe romkugler for de penge, som er til overs.

Du skal finde ud af, hvor mange romkugler hun får.

**c:** Skriv en ligning som kan bruges, når  $x$  er antal romkugler.

**d:** Løs ligningen og find antal romkugler.

Brian har 70 kr., som han skal bruge på romkugler og studenterbød.

Han skal have tre gange så mange romkugler som studenterbød.

**e:** Beregn hvor mange han kan købe af hver slags – helst vha. en ligning.

Birgers billige Bageri	
Rugbrød .....	15 kr.
Franskbrød .....	13 kr.
Studenterbød .....	5 kr.
Romkugler .....	3 kr.

**85: Taxa-priser**

Du har været i byen, og du vil tage Hannes Hyrevogne hjem.

Du skal finde ud af, hvor langt du kan køre, når du har 98 kr. tilbage.

**a:** Hvilken af disse ligninger kan bruges, når  $x$  er antal km?

$$98 = 12 \cdot (x + 35) \quad 98 = 35 \cdot x + 12$$

$$98 = 12 \cdot x + 35 \quad 98 = 12 \cdot x - 35$$

**b:** Løs den rigtige ligning og find det antal km, som du kan køre (det er ikke et helt tal).

**c:** Skriv også en ligning, som kan bruges til at beregne, hvor langt man kan køre for 98 kr. med Thorkilds Taxa.

**d:** Løs ligningen og find det antal km, som man kan køre.

**e:** Skriv også en ligning, som kan bruges til at beregne, hvor langt man kan køre for 200 kr. med Hannes Hyrevogne.  
Løs også ligningen

**f:** Løs også denne ligning:

$$15 \cdot x + 20 = 12 \cdot x + 35$$

**g:** Hvad tror du, at man beregner, når man løser ligningen ovenfor?

<b>Hannes Hyrevogne</b>
12 kr. pr. km
35 kr. i startgebyr

<b>Thorkilds Taxa</b>
15 kr. pr. km
20 kr. i startgebyr

## Simulation

Simulation betyder at prøve sig frem. Opgaverne på denne side kan godt løses på andre måder, men det er *svært*, og du *skal øve* dig i simulation.

### 86: Standselængde

- a: Snak allerførst med din lærer og dine holdkammerater om hvad standselængde betyder.
- b: Vis vha. formlen at standselængden for en bil, der kører 75 km/time, er cirka 50 m.
- c: Hvor hurtigt kører bilen, når standselængden er 25 m?
- d: Hvor hurtigt kører bilen, når standselængden er 100 m?

**Standselængden** for en bil afhænger af hastigheden. Den kan beregnes med denne formel:

$$S = 0,005 \cdot H^2 + 0,3 \cdot H$$

S er standselængden målt i meter  
H er hastigheden målt i km/time.

### 87: Udbetalt løn

Olfert tjener 20.000 kr. pr. måned.

Hans fradrag er 4.500 kr. og trækprocenten er 40.

- a: Vis vha. formlen at han får udbetalt 13.800 kr.
- b: Hvad skal han tjene for at få udbetalt 15.000 kr.?  
Frdrag og trækprocent er uændret.

Gerda tjener 19.280 kr. pr. måned.

Hendes fradrag er 3.850 kr. og trækprocenten er 42.

- c: Vis vha. formlen at hun får udbetalt 12.800 kr. (afrundet)
- d: Hvad skal hun tjene for at få udbetalt 15.700 kr.?  
Frdrag og trækprocent er uændret.

- 88:** En kubikcentimeter ( $\text{cm}^3$ ) svarer til størrelsen af en terning, der måler en centimeter på hver led. En liter (fx en liter mælk) er  $1.000 \text{ cm}^3$ .

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

r er kuglens radius

$$\pi \approx 3,14$$

Man kan finde rumfanget (V) af **en kugle** med formlen til venstre.

Hvilken radius skal en kugle have for at rumme en liter?

Snak evt. først om hvad rumfang og radius er.

### Udbetalt løn

Det beløb, som en person får udbetalt i løn, når skatten er trukket, kan beregnes med denne formel:

$$U = L - \frac{P \cdot (L - F)}{100}$$

U er den udbetalte løn

L er løn før skattetræk

P er trækprocent

F er fradrag

### Eksempel

Kurt tjener 18.000 kr. før skat, og hans fradrag er 4.000 kr.

(begge tal er pr. måned)

Hans trækprocent er 40.

Hvor meget får han udbetalt?

$$U = 18.000 - \frac{40 \cdot (18.000 - 4.000)}{100}$$

$$U = 18.000 - \frac{40 \cdot 14.000}{100}$$

$$U = 18.000 - 5.600 = 12.400 \text{ kr.}$$

## Blandede opgaver (1)

**1:** Regn disse opgaver med formler:

**a:** Beregn:

$$S = 27 - 2,5 \cdot T$$

når:  $T = 6$

**b:** Beregn:

$$b = \frac{12 + 2 \cdot a}{5} + 9$$

når:  $a = 4$

**c:** Beregn:

$$F = \frac{48}{g} + 4 \cdot h$$

når:  $g = 2,5$  og  $h = 3,2$

**d:** Beregn:

$$z = (3,7 \cdot x + 14,9) : y$$

når:  $x = 4,1$  og  $y = 2,3$

Afrund til 2 decimaler

**2:** Reducer disse udtryk:

$$4 \cdot a + 5 \cdot a - 2 \cdot a$$

$$2 \cdot 3a + 5 - a + 6 : 3$$

$$4(u + 2v) + 3v - u$$

$$2u - 6v + 5 + 4u + 2v - 1$$

$$12d : 4 + 6 - d - 4$$

$$\frac{6x + 8y}{2} + 5x - y$$

$$4r + 1,6s + 0,3 - 0,1r + 1,2s$$

$$\frac{10p}{2} - 2q + p + 3q \cdot 2$$

$$2a + 4 + (3a - 5) - 4a$$

$$8a + 5 - 2a + 7 - 9a$$

$$7 \cdot a \cdot 2 + 5 \cdot b \cdot 3 - 12 \cdot a - b$$

$$4a^2 + 7a + a \cdot a - 2a$$

**3:** Løs disse ligninger.

**a:**  $4 \cdot x = 96$

**b:**  $\frac{2 \cdot x}{5} = 26$

**c:**  $2 \cdot (x + 5) = 24$

**d:**  $178 + x = 341$

**e:**  $4 \cdot x + 31 = 75$

**f:**  $x^2 = 169$

**g:**  $12,5 = x : 16$

**h:**  $217 = x \cdot 9 - 35$

**i:**  $\sqrt{x} = 9$

**j:**  $5,2 - x = 2,8$

**k:**  $7x - 12 = 3x + 46$

**l:**  $x^2 + 10 = 35$

## Brug af grafer og koordinatsystemer

**1:** En butik sælger gulerødder til 4 kr. pr. kg.

**a:** Hvor meget koster 2 kg gulerødder?

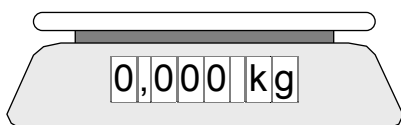
**b:** Udfyld tabellen herunder:

Antal kg gulerødder	0	1	2	3	4
Pris i kr.					

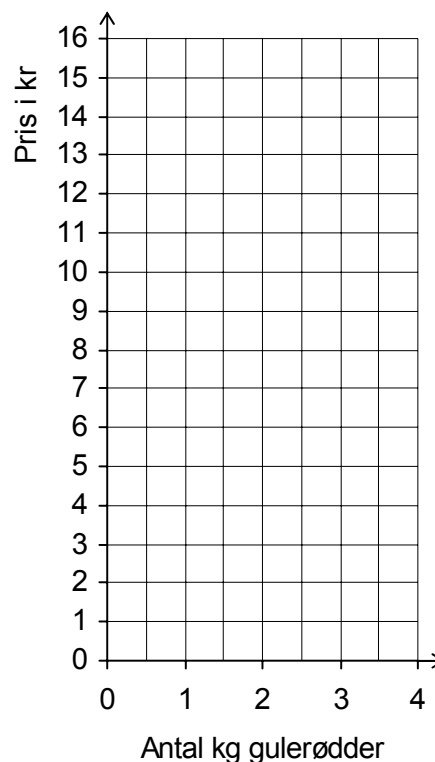
**c:** Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i koordinat-systemet til højre.

**d:** Hvad koster 2,5 kg gulerødder? Marker dit svar i koordinat-systemet.

**e:** Hvor mange gulerødder kan man få for 6 kr.? Marker dit svar i koordinat-systemet.



Billige gulerødder  
Kun 4 kr. pr. kg  
- vej selv -



**2:** Butikken sælger også kartofler til 2,50 kr. pr. kg.

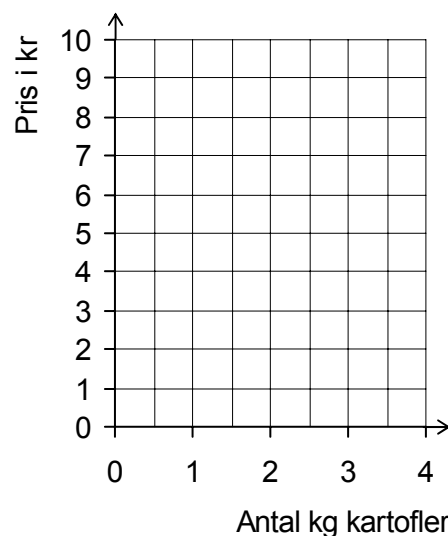
Billige kartofler  
Kun 2,50 kr. pr. kg  
- vej selv -

**a:** Hvor meget koster 2 kg kartofler?

**b:** Udfyld tabellen herunder:

Antal kg kartofler	0	1	2	3	4
Pris i kr.					

**c:** Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i koordinat-systemet til højre.



3: En butik sælger vindruer til 10 kr. pr. kg.

a: Hvor meget koster 3 kg vindruer?

b: Udfyld tabellen til herunder:

Antal kg vindruer	0	1	2	3	4	5
Pris i kr.						

Lækre italienske vindruer

Kun 10 kr. pr. kg

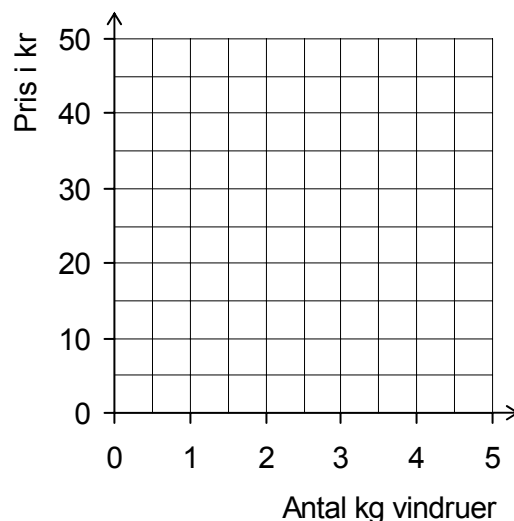
c: Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i koordinatsystemet.

d: Hvad koster 3,5 kg vindruer?

Marker dit svar i koordinat-systemet.

e: Hvor mange vindruer kan man få for 15 kr.?

Marker dit svar i koordinat-systemet.



4: En slagter sælger oksekød til 100 kr. pr. kg.

a: Hvor meget koster 4 kg oksekød?

b: Udfyld tabellen til herunder:

Antal kg oksekød	0	1	2	3	4	5
Pris i kr.						

Ekstra mørkt oksekød

Kun 100 kr. pr. kg

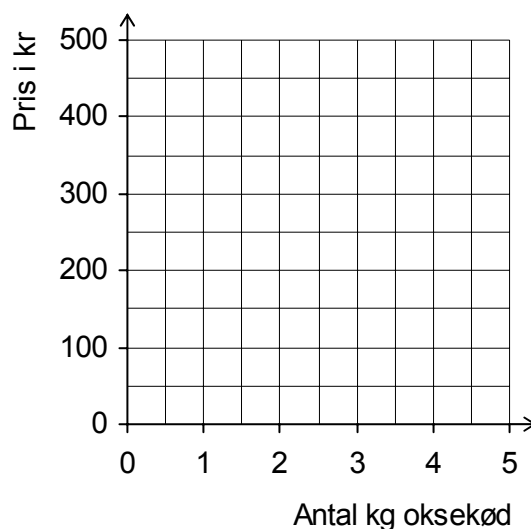
c: Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i koordinatsystemet.

d: Hvad koster 1,5 kg oksekød?

Marker dit svar i koordinat-systemet.

e: Hvor meget oksekød kan man få for 450 kr.?

Marker dit svar i koordinat-systemet.



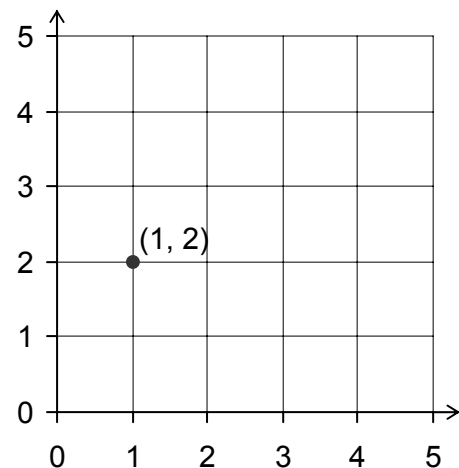
**5:** I koordinat-systemet til højre er der markeret punktet  $(1,2)$

**a:** Marker selv disse punkter:

$(0,4)$   $(3,1)$   $(4,4)$   $(5,2)$

**6:** Tegn selv et koordinat-system, hvor begge tal-akser går til 10. Marker disse punkter:

$(0,0)$   $(1,8)$   $(4,2)$   $(6,7)$   $(9,1)$



**7:** I koordinat-systemet til højre er tegnet en graf gennem de punkter, hvor x-koordinaten og y-koordinaten er ens.

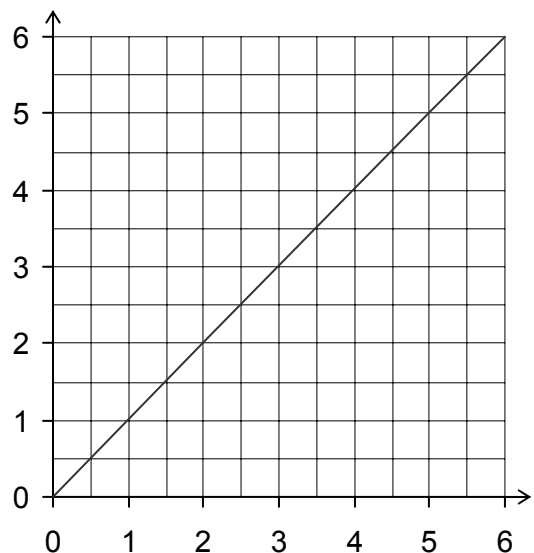
Grafen går gennem  $(0,0)$ ,  $(1,1)$ ,  $(2,2)$  o.s.v.

Tegn selv:

**a:** En graf gennem alle de punkter hvor y-koordinaten er 2.

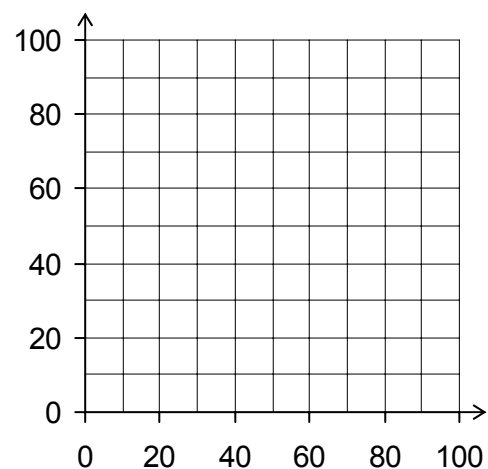
**b:** En graf gennem alle de punkter hvor x-koordinaten er halvt så stor som y-koordinaten. F.eks.  $(2,4)$

**c:** En graf gennem alle de punkter hvor x-koordinaten er dobbelt så stor som y-koordinaten. F.eks.  $(4,2)$



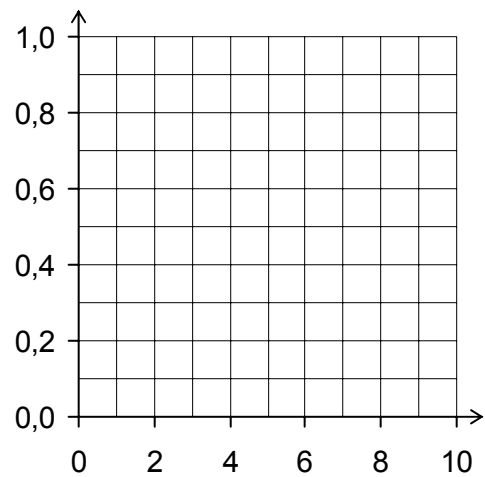
**8:** I koordinat-systemet til højre skal du markere disse punkter:

$(20,20)$   $(30,70)$   $(50,10)$   $(90,70)$



**9:** I koordinat-systemet til højre skal du markere disse punkter:

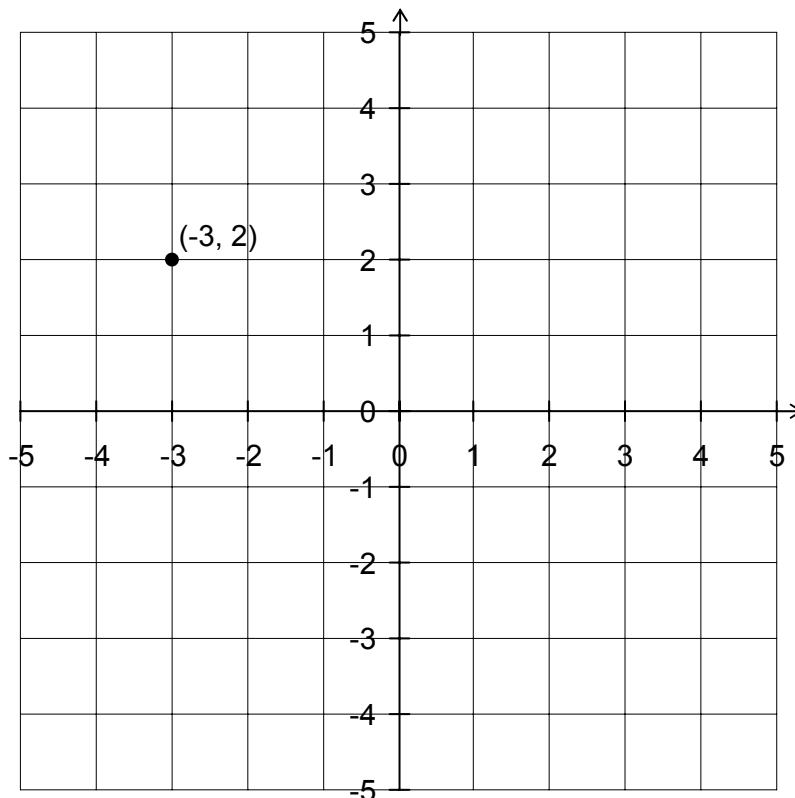
$(0 ; 0,6)$   $(3 ; 0,3)$   $(8 ; 1,0)$   $(9 ; 0,2)$



**10:** I koordinat-systemet herunder er markeret punktet  $(-3,2)$ .

Du skal selv markere disse punkter:

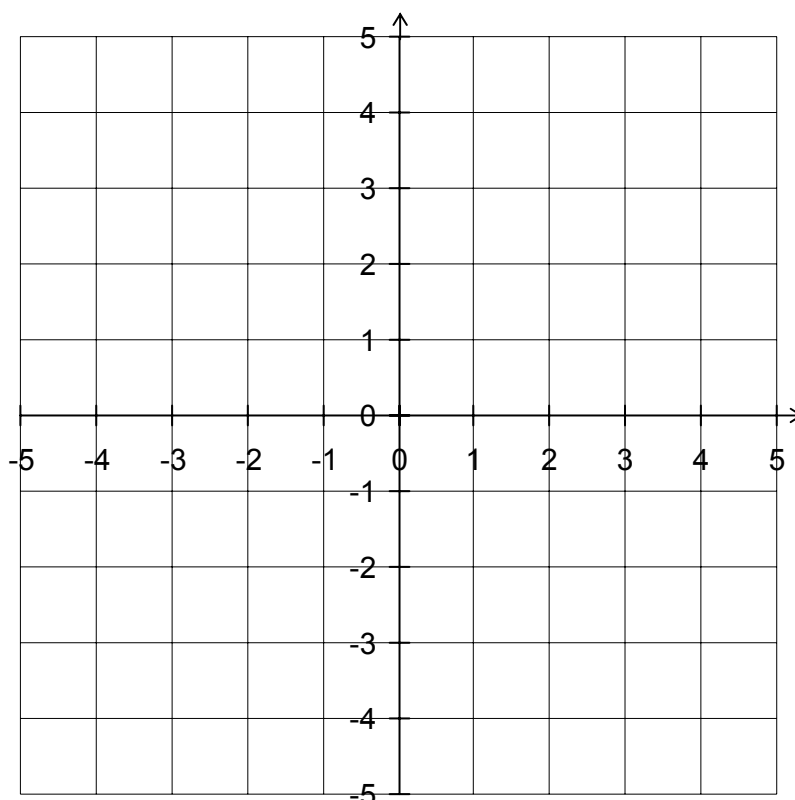
$(0,0)$   $(2,4)$   $(4,2)$   $(-2,4)$   $(-4,2)$   $(-2,-4)$   $(-4,-2)$   $(2,-4)$   $(4,-2)$



**11:** Tegn i koordinatsystemet herunder disse figurer:

- a:** En firkant med disse punkter som hjørner:  $(-5,3)$   $(-3,5)$   $(1,5)$   $(-1,3)$
- b:** En firkant med disse punkter som hjørner:  $(-4,-1)$   $(-1,2)$   $(2,-1)$   $(-1,-4)$
- c:** En firkant med disse punkter som hjørner:  $(-5,-4)$   $(-4,-3)$   $(-3,-4)$   $(-4,-5)$
- d:** En trekant med disse punkter som hjørner:  $(-5,-1)$   $(-5,2)$   $(-3,2)$
- e:** En firkant med disse punkter som hjørner:  $(0,-5)$   $(1,-3)$   $(2,-3)$   $(3,-5)$
- f:** En sekskant med disse punkter som hjørner:  $(2,4)$   $(4,4)$   $(5,2)$   $(5,-5)$   $(3,-2)$   $(3,2)$

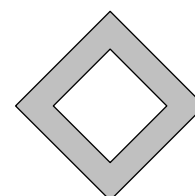
Bemærk: Ingen af figurerne skal røre hinanden!



- g:** Find arealet (antal hele tern) af hver af de seks figurer, som du lige har tegnet.

**12:** Lav selv på ternet papir et koordinatsystem som det ovenfor.

- a:** Tegn i koordinatsystemet  
en firkant med disse punkter som hjørner:  $(-5,0)$   $(0,5)$   $(5,0)$   $(0,-5)$   
og en firkant med disse punkter som hjørner:  $(-3,0)$   $(0,3)$   $(3,0)$   $(0,-3)$
- b:** Find arealet af områderne mellem firkanterne (det grå område).



**13:** Lav selv nogle opgaver hvor man skal tegne figurer og finde arealer i koordinatsystemer  
Byt opgaver med en klassekammerat og se om I kan regne hinandens opgaver.

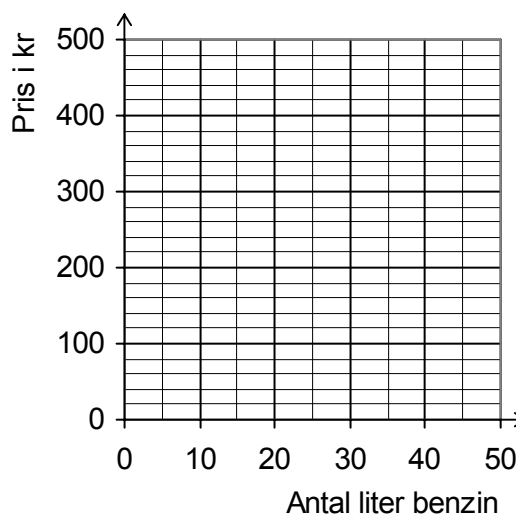
**14:** En tankstation sælger benzin til 8 kr. pr. liter.

- a:** Hvor meget koster 10 liter benzin?  
**b:** Udfyld tabellen til herunder:

**Byens billigste benzin**  
8 kr. pr. liter

Antal liter benzin	0	10	20	30	40	50
Pris i kr.						

- c:** Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i koordinat-systemet.  
**d:** Hvad koster 25 liter benzin?  
 Marker dit svar i koordinat-systemet.  
**e:** Hvor meget benzin kan man få for 120 kr.?  
 Marker dit svar i koordinat-systemet.



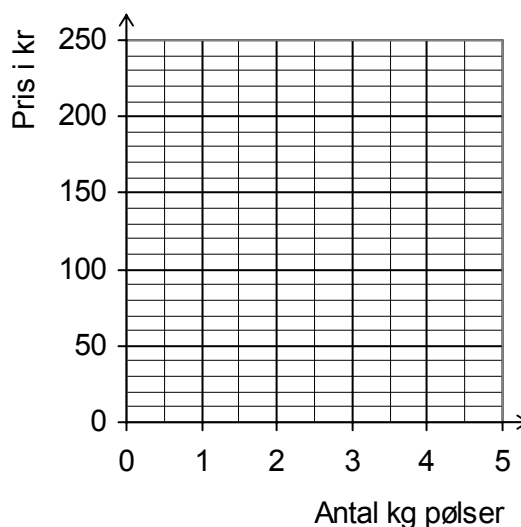
**15:** En slagter sælger pølser til 40 kr. pr. kg.

- a:** Hvor meget koster 4 kg pølser?  
**b:** Udfyld tabellen til herunder:

**Pølser - med og uden farve**  
40 kr. pr. kg

Antal kg pølser	0	1	2	3	4	5
Pris i kr.						

- c:** Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i koordinat-systemet.  
**d:** Hvad koster 3,5 kg pølser?  
 Marker dit svar i koordinat-systemet.  
**e:** Hvor mange pølser kan man få for 100 kr.?  
 Marker dit svar i koordinat-systemet.



16: To bil-udlejnings-firmaer tager disse priser:

**Kvik Biler**

2 kr. pr. km

Fast afgift: 300 kr. pr. dag

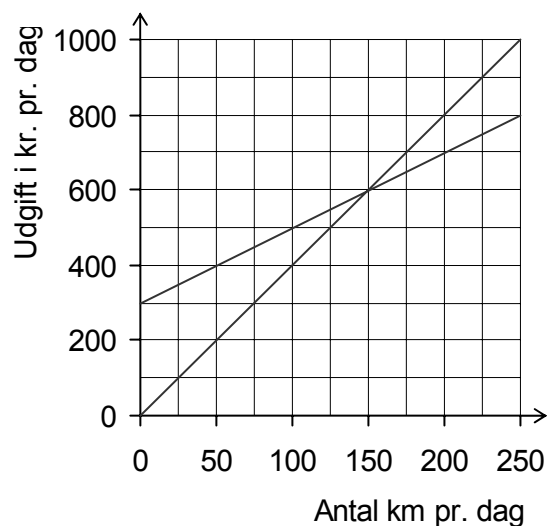
**Auto Service**

4 kr. pr. km

Ingen fast afgift

Begge firmaers priser er vist som grafer i et koordinat-system.

- a: Hvilken graf passer til Kvik Biler?
- b: Hvilken graf passer til Auto Service
- c: Hvor krydser graferne hinanden?
- d: Hvilket firma er billigst, hvis man skal køre 100 km på en dag?
- e: Hvilket firma er billigst, hvis man skal køre 200 km på en dag?



17: To bil-udlejnings-firmaer tager disse priser:

**Ulriks Udlejning**

3 kr. pr. km

Fast afgift: 200 kr. pr. dag

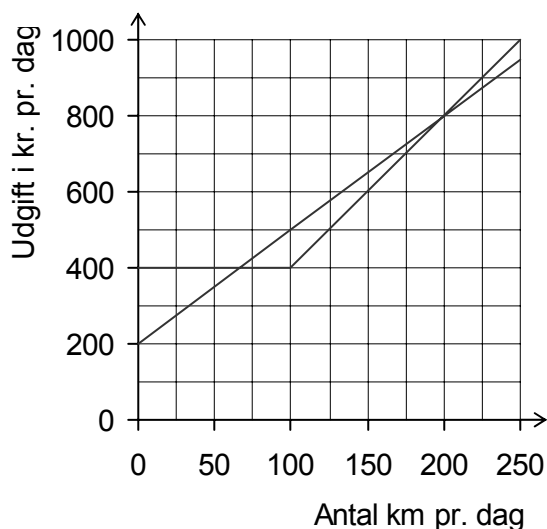
**Birgers Biler**

4 kr. pr. km

Der skal dog **mindst** betales for 100 km pr. dag

Begge firmaers priser er vist som grafer i et koordinat-system.

- a: Hvilken graf passer til Ulrik?
- b: Hvilken graf passer til Birger?
- c: Hvorfor "knækker" den ene graf?
- d: Hvilket firma er billigst, hvis man skal køre 50 km på en dag?
- e: Hvilket firma er billigst, hvis man skal køre 100 km på en dag?
- f: Hvilket firma er billigst, hvis man skal køre 225 km på en dag?



18: To telefon-selskaber tager disse priser:

**Tele 2**

60 øre pr. minut

Abonnement: 80 kr. pr. måned

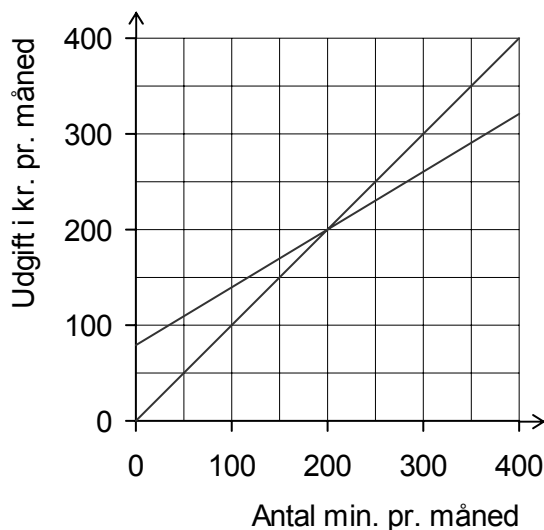
**Tele 10**

1 kr. pr. minut

Ingen betaling for abonnement

Begge selskabers priser er vist som grafer i et koordinat-system.

- Hvilken graf passer til Tele 2?
- Hvilken graf passer til Tele 10?
- Hvor krydser graferne hinanden?
- Hvilket selskab er billigst, hvis man typisk ringer fem min. om dagen?
- Hvilket selskab er billigst, hvis man typisk ringer ti min. om dagen?



19: To telefon-selskaber tager disse priser:

**Tele 12**

Abonnement: 100 kr. pr. måned

Taletid:

De første 100 min.: 1 kr. pr. min.

Derefter: Kun 50 øre pr. min.

**Tele 22**

Abonnement:

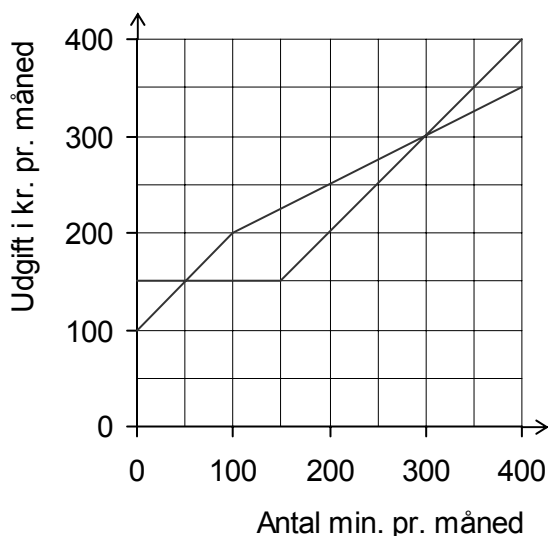
150 kr. pr. måned inkl. de første

150 min. taletid.

Yderligere taletid: 1 kr. pr. min.

Begge selskabers priser er vist som grafer i et koordinat-system.

- Hvilken graf passer til Tele 12?
- Hvilken graf passer til Tele 22?
- Hvorfor "knækker" graferne?
- Hvor krydser graferne hinanden?
- Hvilket selskab er billigst, hvis man typisk kun ringer et min. om dagen?
- Hvilket selskab er billigst, hvis man typisk ringer fem min. om dagen?
- Hvilket selskab er billigst, hvis man typisk ringer et kvarter om dagen?



## Lineære funktioner

Nu skal du selv lave dine koordinatsystemer på mm-papir eller ternet papir.  
I nogle af opgaverne står der, hvorledes du skal inddele dine akser.

**20:** To taxa-firmaer tager de viste priser.

- a:** Hvad koster det at køre 3 km med Andeby Taxa?  
**b:** Lav og udfyld en tabel, som denne:

Antal km	0	1	o.s.v.	10
Pris hos Andeby Taxa	10	12		

- c:** Tegn en graf for Andeby Taxa i et koordinatsystem.  
På x-aksen er 1 cm = 1 km. På y-aksen er 1 cm = 2 kr.  
**d:** Lav også en tabel og en graf for Gåserød Taxa  
**e:** Opstil funktioner for begge firmaer.  
 $x$  er antal km og  $y$  er prisen  
**f:** Hvor krydser graferne hinanden?

**Andeby Taxa**  
2 kr. pr. km  
10 kr. i startgebyr

**Gåserød Taxa**  
4 kr. pr. km  
Intet startgebyr

**21:** To taxa-firmaer tager de viste priser.

- a:** Hvad koster det at køre 4 km med Henry?  
**b:** Lav og udfyld en tabel, som denne:

Antal km	0	2	o.s.v.	10
Pris hos Henry	35	51		

- c:** Tegn en graf for Henry i et koordinatsystem.  
På x-aksen er 1 cm = 1 km. På y-aksen er 1 cm = 10 kr.  
**d:** Lav også en tabel og en graf for Toms Taxa  
**e:** Opstil funktioner for begge firmaer.  
 $x$  er antal km og  $y$  er prisen  
**f:** Hvor krydser graferne hinanden?  
**g:** Hvornår er det billigst at køre med Henry?  
**h:** Hvornår er det billigst at køre med Tom?  
**i:** Aflæs på grafen (cirka-tal):  
- hvor mange km kan man køre med Henry for 100 kr?  
- hvor mange km kan man køre med Tom for 100 kr?

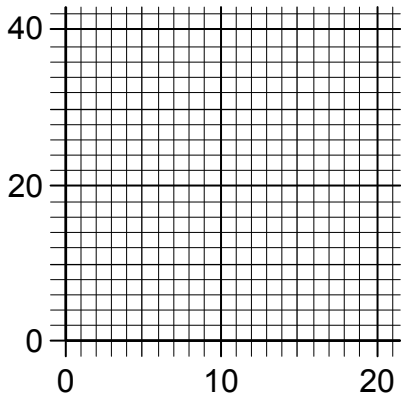
**Henrys Hyrevogne**  
8 kr. pr. km  
35 kr. i startgebyr

**Toms Taxa**  
12 kr. pr. km  
15 kr. i startgebyr

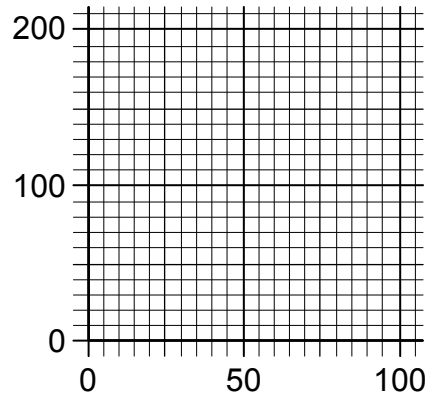
**22:** Herunder er vist et udsnit af 4 koordinatsystemer tegnet på forstørret mm-papir.

Bestem for hvert koordinatsystem og for begge tal-akser hvor langt der er mellem de tynde streger.

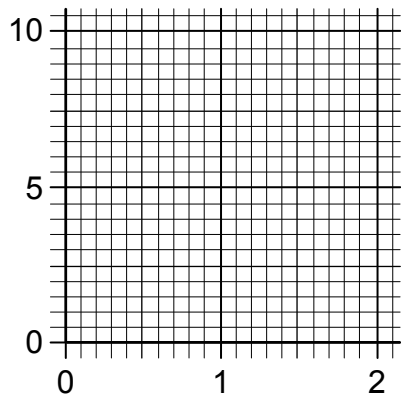
**a:**



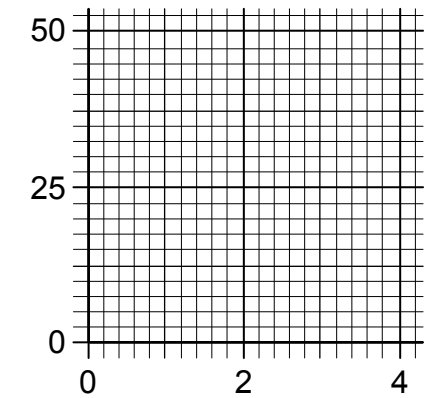
**b:**



**c:**



**d:**



**23:** Find de tabeller og de funktionsforskrifter, som passer sammen.

Udfyld også de tomme pladser i tabellerne og tegn evt. graferne.

**a:**

x	0	1	2	3	4
y		-1	0	1	

**A:**  $f(x) = 2 \cdot x + 4$

**b:**

x	0	1	2	3	4
y	1		2		

**B:**  $g(x) = 0,5 \cdot x + 1$

**c:**

x	0	1	2	3	4
y	4		8		12

**C:**  $h(x) = x - 2$

**24:** Tre foto-firmaer tager de viste priser for at lave billeder ud fra ”gammeldags” film.

- a:** Hvad koster det at få lavet en film med 24 billeder hos Finn?
- b:** Lav en graf for Finns Foto i et koordinatsystem.  
1 cm = 2 billeder på x-aksen.  
1 cm = 5 kr. på y-aksen.  
Brug et helt A4-ark. Lav akserne **tæt** på kanterne
- c:** Lav også grafer for Byens Billeder og Foto Shoppen.
- d:** Hvor skærer graferne hinanden (cirka-tal)?
- e:** Opstil en funktion for hvert firma.  
 $x$  er antal billeder på en film og  $y$  er prisen.
- f:** Vurder hvor det er billigst at få lavet:  
- en film med 24 billeder.  
- en film med 36 billeder.
- g:** Hos hvilket af foto-firmaerne er prisen ligefrem proportional med antallet af billeder?

<b>Finns Foto</b>
2,25 kr. pr. billede
35 kr. for fremkaldelse

<b>Byens Billeder</b>
3,50 kr. pr. billede
Incl. fremkaldelse

<b>Foto Shoppen</b>
100 kr. pr. film
Incl. fremkaldelse og uanset antal billeder

**25:** To bil-udlejnings-firmaer tager de viste priser.

Du skal bruge en bil i en dag.

- a:** Hvad er prisen hos Vestergård, hvis du kører 100 km?
- b:** Hvad er prisen hos Hansen, hvis du kører 100 km?
- c:** Sammenlign priserne ved de to firmaer, når du kører 300 km på en dag.
- d:** Lav et koordinatsystem og tegn grafer for begge firmaer.  
På x-aksen er 1 cm = 20 km.  
På y-aksen er 1 cm = 100 kr.
- e:** Hvor krydser graferne hinanden?
- f:** Opstil funktioner for begge firmaer.  
 $x$  er antal km og  $y$  er prisen
- g:** Hos hvilket af firmaerne er prisen ligefrem proportional med antallet af kørte km?

<b>Vestergård Biler</b>
2,50 kr. pr. km
Fast afgift: 300 kr. pr. dag

<b>Hansen Auto-udlejning</b>
4 kr. pr. km
Ingen fast afgift

**26:** Gæt hvilke funktionsforskrifter der hører til disse tabeller.

Udfyld også de tomme pladser og tegn evt. graferne.

**a:**

$x$	0	1	2	3	4
$f(x)$	1	3	5		

**b:**

$x$	0	1	2	3	4
$g(x)$	-4	-1	2		

**27:** Tegn i et koordinatsystem graferne for disse funktioner:

$$f(x) = 3 \cdot x + 2$$

og

$$g(x) = 0,5 \cdot x + 7$$

Aflæs også koordinaterne til grafernes skæringspunkt.

**28:** Tegn i et koordinatsystem graferne for disse funktioner:

$$f(x) = x + 3$$

og

$$g(x) = 2 \cdot x$$

og

$$h(x) = 8$$

Aflæs også koordinaterne til grafernes skæringspunkt. (Der er tre forskellige skæringspunkter).

**29:** Tegn i et koordinatsystem graferne for disse funktioner:

$$f(x) = 2 \cdot x - 3$$

og

$$g(x) = 2 \cdot x + 1$$

og

$$h(x) = 2 \cdot x + 5$$

Skærer graferne hinanden?

**30:** Tegn i et koordinatsystem graferne for disse funktioner:

$$f(x) = 3 \cdot x + 2$$

og

$$g(x) = x + 2$$

og

$$h(x) = 0,5 \cdot x + 2$$

Hvorledes skærer graferne hinanden?

**31:** Tegn i et koordinatsystem graferne for disse funktioner:

$$f(x) = 3 \cdot x - 2$$

og

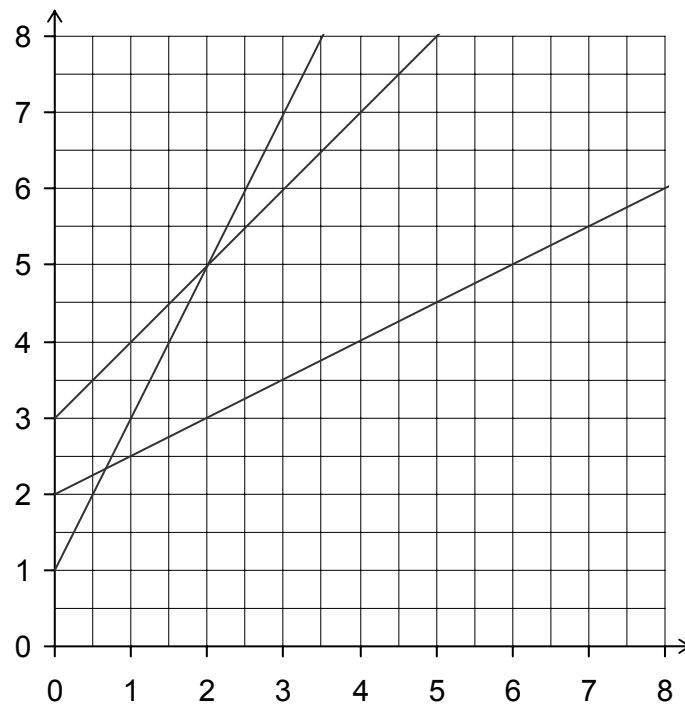
$$g(x) = x + 2$$

og

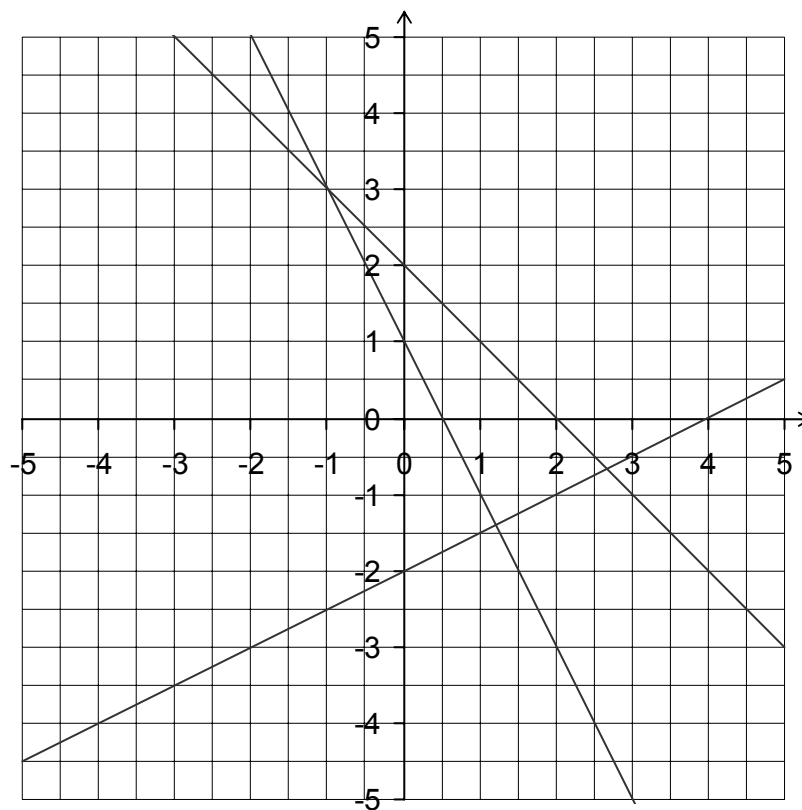
$$h(x) = -2 \cdot x + 8$$

Alle tre grafer skærer hinanden i samme punkt. Hvad hedder dette skæringspunkt?

32: Bestem funktionsforskrifterne for de grafer, som er tegnet i koordinatsystemet herunder:



33: Bestem funktionsforskrifterne for de grafer, som er tegnet i koordinatsystemet herunder:



**34:** To mobil-telefon-firmaer tager de viste priser.

- a:** Sammenlign udgiften hos de to firmaer, hvis man ringer 1 time på en måned.
- b:** Sammenlign udgiften hos de to firmaer, hvis man ringer 3 timer på en måned.
- c:** Lav og udfyld en tabel, som denne:

Antal timer på en måned	0	1	2	3	4
Pris hos Mobi-Fix					

- d:** Tegn en graf for Mobi-Fix i et koordinatsystem.  
På x-aksen er 1 cm = 20 minutter.  
På y-aksen er 1 cm = 20 kr.
- e:** Lav også en tabel og en graf for Telefona.
- f:** Hvor krydser graferne hinanden?
- g:** En kunde hos Telefona får en måned en regning på 225 kr.?  
Undersøg ved hjælp af grafen hvor mange minutter kunden har ringet.
- h:** Hvor lang tid kan man ringe for 225 kr. hos Mobi-Fix?
- i:** Hos hvilket af firmaerne er prisen ligefrem proportional med den tid, man har ringet?

### Mobi-Fix

Ingen faste afgifter.  
Du betaler **kun** for den tid du ringer.  
Pris: 1,20 kr. pr. min.

### Telefona

**Kun** 60 øre pr. min.  
Dertil kommer en beskeden fast afgift på 90 kr. pr. måned

**35:** En sælger kan vælge mellem de viste aflønnings former.

- a:** En sælger er på aflønnings-form I. Han sælger for 100.000 kr. på en måned. Hvad bliver hans månedsløn?
- b:** Lav og udfyld en tabel, som denne:

Salg pr. måned	0	50.000	.....	300.000
Løn pr. måned ved aflønnings-form I				

- c:** Tegn en graf for i et koordinatsystem.  
På x-aksen er 1 cm = 20.000 kr.  
På y-aksen er 1 cm = 2.000 kr.
- d:** Lav også en tabel og en graf for aflønnings-form II
- e:** Hvor krydser graferne hinanden?
- f:** En sælger på aflønnings-form II tjener 18.000 kr. på en måned.  
Hvor meget har han solgt for?
- g:** Opstil funktioner for begge aflønnings-former.  
**x** er salget pr. måned, og **y** er lønnen pr. måned

### Aflønnings-form I

10% af salget

### Aflønnings-form II

5% af salget  
samt et basis-beløb på 10.000 kr. pr. måned

## Andre funktioner

Med "andre funktioner" menes her andre funktioner end lineære funktioner.

**36:** Find de tabeller og de funktionsforskrifter, som passer sammen.

Udfyld også de tomme pladser i tabellerne.

**a:**

x	0	1	2	3	4
y		0		8	

**A:**  $f(x) = x^2$

**b:**

x	0	1	2	3	4
y			4		16

**B:**  $g(x) = \frac{24}{x}$

**c:**

x	0	1	2	3	4
y	X		12		6

**C:**  $h(x) = 2 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 2$

Tegn også graferne for funktionerne ovenover.

Du bestemmer selv, hvorledes du vil indrette dit koordinatsystem.

Graferne skal *ikke* være rette linier men bløde buer!

**37:** Tegn og udfyld tabellerne for disse funktioner – afrund funktionsværdierne til en decimal.:

$f(x) = \frac{12}{x} + 4$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	X										

$g(x) = 5 \cdot \sqrt{x}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
g(x)											

$h(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h(x)											

Tegn også – på et stykke mm-papir – graferne for de tre funktioner.

Graferne skal være bløde buer!

Det er muligt at grafen for h ryger ovenud af papiret.

NB: Hvorfor er feltet til f(0) krydset over?

**38:** Brian betaler tilbage

- a:** Hvor meget skal Brian betale om måneden, hvis lånet skal betales tilbage på et år?
- b:** Hvor meget skal Brian betale om måneden, hvis lånet skal betales tilbage på to år?
- c:** Tegn og udfyld en tabel som denne:

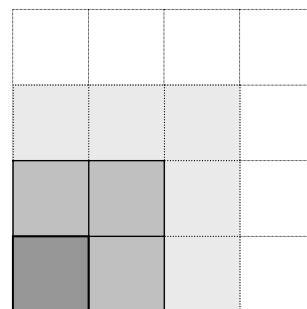
Brian har lånt 12.000 kr. af sin mor. Lånet skal betales tilbage med et fast afdrag hver måned.

Antal måneder (x)	4	8	12	16	20	24	osv.
Afdrag pr. måned (y)							

- d:** Tegn en graf ud fra tallene i tabellen.  
1 cm = 2 måneder på x-aksen. 1 cm = 200 kr. på y-aksen  
Grafen skal være en blød bue
- e:** Hvilken af disse funktioner passer til tabellen og grafen?
- $$y = \frac{x}{12.000} \qquad y = 12.000 \cdot x \qquad y = \frac{12.000}{x}$$
- f:** Kan man sætte alle tal ind som x i den rigtige funktion?  
Kan x fx være 0?
- g:** Hvor lang tid tager det at betale lånet tilbage, hvis Brian betaler 800 kr. pr. måned?  
Prøv om du *både* kan beregne svaret *og* aflæse det på grafen.

**39:** Forestil dig at du lægger fliser i et kvadratisk mønster som vist på tegningen.

- a:** Hvor mange fliser skal du bruge i alt, hvis du lægger fire fliser på hvert led?
- b:** Hvor mange fliser skal du bruge i alt, hvis du lægger ti fliser på hvert led?
- c:** Tegn og udfyld en tabel som denne:



Antal fliser på hver led (x)	0	1	2	3	4	5	osv.
Antal fliser i alt (y)							

Det er lidt fjollet at regne med 0 fliser, men tallet er med for "systemets skyld"

- d:** Tegn i et koordinatsystem en graf ud fra tallene i tabellen.  
Grafen skal være en blød bue.  
Bestem selv hvorledes du vil inddele dine akser.
- e:** Hvilken af disse funktioner passer til tabellen og grafen?

$$y = 2 \cdot x \qquad y = x^2 \qquad y = \sqrt{x}$$

## Kært barn har mange navne

**40:** Hvilke af funktionsforskrifterne og teksterne herunder betyder det samme som udtrykket i rammen?

$$y = x : 2$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot x$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \frac{x}{2}$$

$$y = 0,5 \cdot x$$

$$y = x - 2$$

y er det halve af x

x er det halve af y

y er det dobbelte af x

**41:** Hvilke af funktionsforskrifterne og teksterne herunder betyder det samme som udtrykket i rammen?

$$y = 2 \cdot x + 5$$

$$y = 5 + x \cdot 2$$

$$y = x + x + 5$$

$$y = 2 + x \cdot 5$$

$$y = 2 \cdot (x + 5)$$

$$y = x + 5 \cdot 2$$

Man finder y ved først at lægge 5 til x og derefter gange resultatet med 2.

Man finder y ved først at gange x med 2 og derefter lægge 5 til resultatet.

**42:** Hvilke af funktionsforskrifterne og teksterne herunder betyder det samme som udtrykket i rammen?

$$y = 3 \cdot (x + 2)$$

$$y = (x + 2) \cdot 3$$

$$y = 3 \cdot x + 2$$

$$y = 6 + x \cdot 3$$

$$y = (x + 3) \cdot 2$$

$$y = x + x + x + 6$$

Man finder y ved først at lægge 2 til x og derefter gange resultatet med 3.

Man finder y ved først at gange x med 3 og derefter lægge 2 til resultatet.

**43:** Hvilke af funktionsforskrifterne og teksterne herunder betyder det samme som udtrykket i rammen?

$$y = (x + 3) : 4$$

$$y = \frac{x+3}{4}$$

$$y = x + 3 : 4$$

$$y = 0,25 \cdot x + 0,75$$

$$y = x : 4 + 3$$

$$y = \frac{1}{4} \cdot x + \frac{3}{4}$$

Man finder y ved først at lægge 3 til x og derefter dividere resultatet med 4.

Man finder y ved først at dividere x med 4 og derefter lægge 3 til resultatet.

**44:** Kan du selv skrive nogle af funktionsforskrifterne i opgaverne ovenover på endnu flere måder? Tegn også grafer for (nogle af) funktionerne.

**45:** Lav selv nogle opgaver, der ligner opgaverne ovenover.

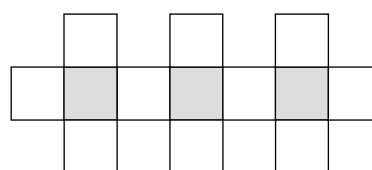
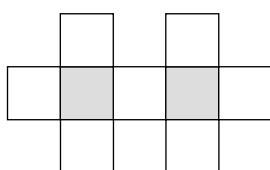
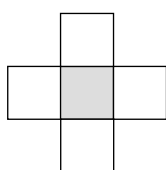
Byt opgaver med en klassekammerat og regn hinandens opgaver.

## Mønstre og formler

**46:** Kik på figurene under tabellen:

- a:** Tegn selv den næste figur i rækken.  
(Din tegning behøver ikke at være særlig pæn eller præcis).
- b:** Udfyld de tomme pladser i tabellen.  
Bemærk: Der skal være formler i kolonnen længst til højre.  
Den ene er lavet – prøv at forklare den!!  
Du skal selv lave de to andre.

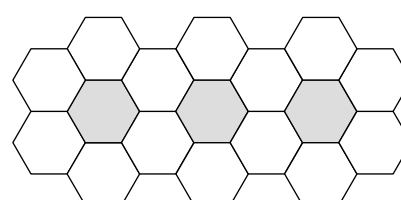
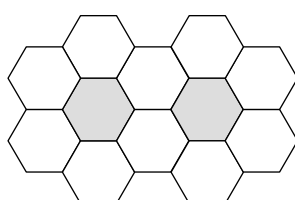
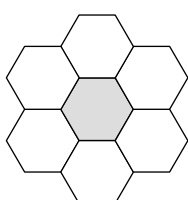
Figur nr.	1	2	3	4	5	6	7		x
Antal grå firkanter	1								
Antal hvide firkanter	4		10						$3x + 1$
Antal firkanter i alt	5	9							



**47:** Kik på figurene under tabellen:

- a:** Tegn selv den næste figur i rækken.  
(Din tegning behøver ikke at være særlig pæn eller præcis).
- b:** Udfyld de tomme pladser i tabellen.  
Bemærk: Du skal selv lave formler i kolonnen længst til højre.

Figur nr.	1	2	3	4	5	6	7		x
Antal grå sekskanter	1								
Antal hvide sekskanter	6		14						
Antal sekskanter i alt	7	12							

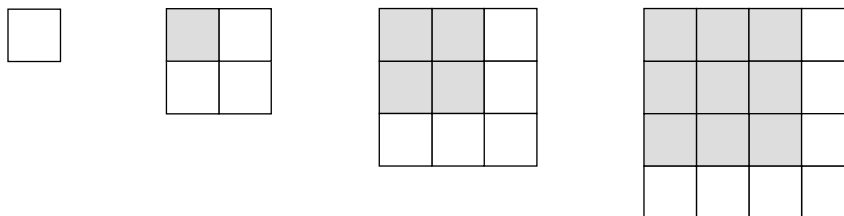


48: Kik på figurene under tabellen:

a: Tegn selv den næste figur i rækken.  
(Din tegning behøver ikke at være særlig pæn eller præcis).

b: Udfyld de tomme pladser i tabellen.  
Bemærk: Du selv skal finde formler for *Antal firkanter i alt*, *Antal hvide firkanter* og *Antal grå firkanter* i kolonnen længst til højre.

Figur nr.	1	2	3	4	5	6	7		x
Antal firkanter i alt	1		9						
Antal hvide firkanter	1	3							
Antal grå firkanter									



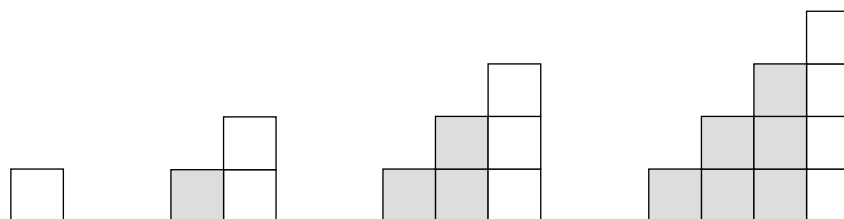
49: Kik på figurene under tabellen:

a: Tegn selv den næste figur i rækken.  
(Din tegning behøver ikke at være særlig pæn eller præcis).

b: Udfyld de tomme pladser i tabellen.

c: Formlen for *Antal firkanter i alt* er svær at forklare.  
Kontroller at formlen passer.  
Find evt. – sammen med din lærer – en forklaring på formlen.

Figur nr.	1	2	3	4	5	6	7		x
Antal hvide firkanter	1		3						
Antal firkanter i alt	1			10					$\frac{x^2 + x}{2}$

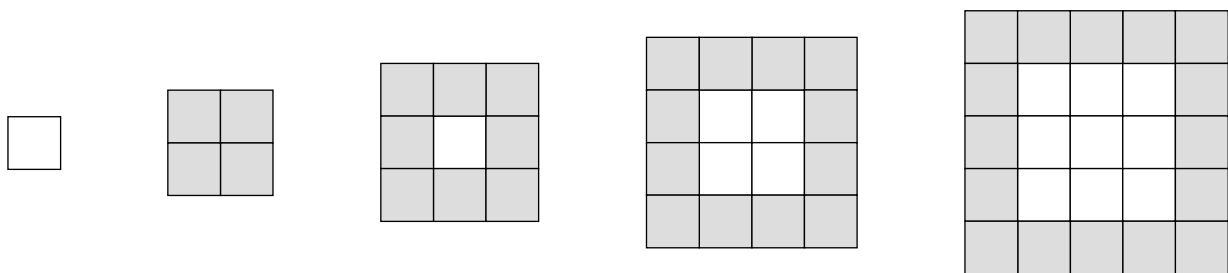


**50:** Kik på figurene under tabellen:

- a: Tegn selv den næste figur i rækken.
- b: Udfyld de tomme pladser i tabellen.

Bemærk: Du selv skal finde en formel for *Antal grå firkantet* og *Antal firkanter i alt*.

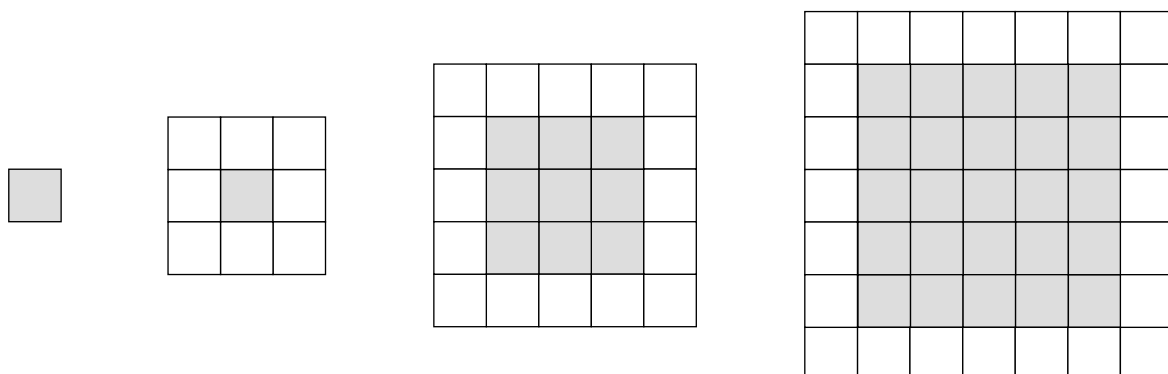
Figur nr.	1	2	3	4	5	6	7		x
Antal firkanter i alt	1			16					
Antal grå firkanter	0		8						



**51:** Kik på figurene under tabellen:

- a: Tegn selv den næste figur i rækken.
- b: Udfyld de tomme pladser i tabellen.
- c: Formlerne for *Antal firkanter i alt* og *Antal hvide firkanter* er svære at forklare. Kontroller at formlerne passer. Find evt. – sammen med din lærer – en forklaring på formlerne.

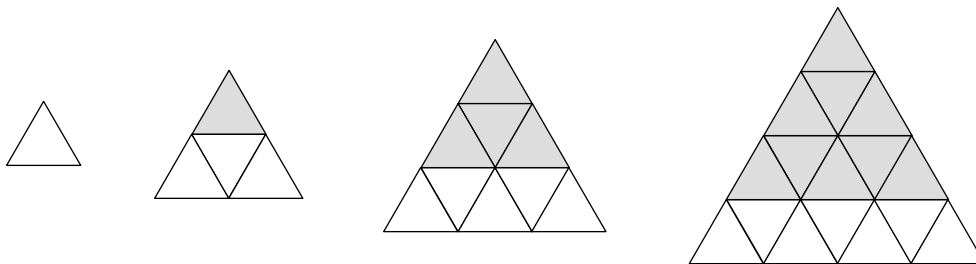
Figur nr.	1	2	3	4	5	6	7		x
Antal firkanter i alt	1			49					$(2x - 1)^2$
Antal hvide firkanter	0		16						$8x - 8$



**52:** Kik på figurene under tabellen:

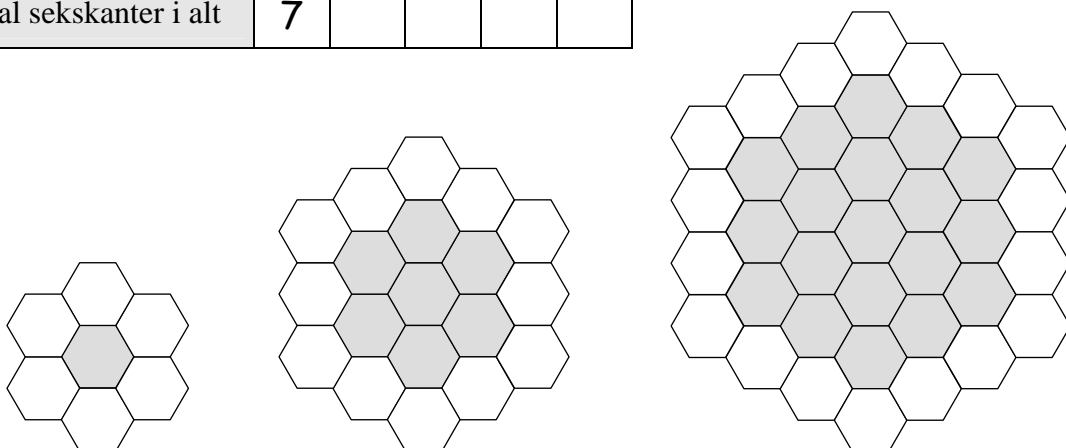
- a:** Tegn selv den næste figur i rækken.  
(Din tegning behøver ikke at være særlig pæn eller præcis).
- b:** Udfyld de tomme pladser i tabellen.  
Bemærk: Du selv skal finde en formel for *Antal hvide trekanter*.
- c:** Formlen for *Antal trekanter i alt* er svær at forklare.  
Kontroller at formelen passer.  
Find evt. – sammen med din lærer – en forklaring på formelen.

Figur nr.	1	2	3	4	5	6	7		x
Antal hvide trekanter	1		5						
Antal trekanter i alt	1	3							$x^2$



**53:** Kik på figurene under tabellen og udfyld selv de tomme pladser i tabellen.

Figur nr.	1	2	3	4	5
Antal grå sekskanter	1	7			
Antal hvide alt	6				
Antal sekskanter i alt	7				



## Blandede opgaver (2)

1: Du skal sammenligne, hvad det koster at bruge to forskellige fryserne.

- a: Hvor meget koster det i el at bruge fryseren fra Konrad i et år?
- b: Hvor meget har fryseren fra Konrad i alt kostet (indkøbspris og el) efter to år?
- c: Lav og udfyld for fryseren fra Konrad en tabel som denne:

Antal års forbrug	0	1	2	3	4	5
Samlet udgift (indkøb og el)						

- d: Lav og udfyld også en tabel for fryseren fra Frede.
- e: Afbild tallene fra de to tabeller som grafer i et koordinatsystem – hvad viser graferne?

**Ugens tilbud fra Konrads Kummefrysere**  
 Energiklasse A++  
 Elforbrug pr. år: Ca. 160 kWh  
 Pris: **3.495 kr.**

**Fabelagtigt forårstilbud fra Fredes Fryserne**  
 Energiklasse A  
 Elforbrug pr. år: Ca. 260 kWh  
 Pris: **2.995 kr.**

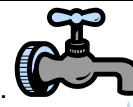
El-forbrug måles i kWh

Pris: 1,50 kr. pr. kWh



Vandforbrug måles i liter eller i m<sup>3</sup>.

Pris: 3,5 øre pr. liter eller 35 kr. pr. m<sup>3</sup>.



2: Nu skal du sammenligne, hvad det koster at bruge to forskellige vaskemaskiner.

- a: Hvor meget har vaskemaskinen fra Vera i alt kostet (indkøbspris og udgift til el og vand) efter tre år?
- b: Lav og udfyld for vaskemaskinen fra Vera en sådan tabel:

Antal års forbrug	0	2	4	6	8	10
Samlet udgift (indkøb, el og vand)						

- c: Lav og udfyld også en tabel for vaskemaskinen fra Viggo.
- d: Afbild tallene fra de to tabeller som grafer i et koordinatsystem – hvad viser graferne?
- e: Kontrollere tallene for ”Årlig udgift til el og vand”. De er beregnet ud fra, at man vasker seks gange om ugen.

**Veras Vaskemaskiner**  
 Pris: **5.995 kr.**  
 Årlig udgift til el og vand: Ca. 780 kr.

**Viggos Vaskemaskiner**  
 Pris: **4.495 kr.**  
 Årlig udgift til el og vand: Ca. 1.060 kr.

Veras Vaskemaskiner		Viggos Vaskemaskiner	
El pr. vask	Vand pr. vask	El pr. vask	Vand pr. vask
0,64 kWh	44 liter	0,86 kWh	60 liter

I de tre opgaver på denne side skal du tegne grafer, som ”knækker”.  
Graferne er sat sammen af flere lige stykker.

**3:** To transport-firmaer tager de viste priser.

- a:** Hvad koster 5 km hos Gerts Gods?  
**b:** Hvad koster 5 km hos Bents Biler?  
**c:** Hvad koster 15 km hos Bents Biler?  
**d:** Lav og udfyld en tabel som denne:

Antal km	0	5	10	15	20	25
Pris hos Gert						

- e:** Tegn en graf for Gert i et koordinatsystem.  
På x-aksen er 1 cm = 2 km. På y-aksen er 1 cm = 50 kr.  
**f:** Lav også en tabel og en graf for Bent.  
**g:** Hvor krydser graferne hinanden (cirkatal)?  
**h:** Hvornår er det billigst at bruge Gert?  
**i:** Og hvornår er det billigst at bruge Bent?

### Gerts Gods

25 kr. pr. km

Der skal dog mindst  
betales for 10 km

Eks: 8 km vil koste:  
 $25 \cdot 10 = 250$  kr.

### Bents Biler

50 kr. i startgebyr

30 kr. pr. km for hver  
af de første 10 km

12 kr. pr. km for det  
antal km, som  
overstiger 10 km

Eks: 13 km vil koste:  
 $50 + 30 \cdot 10 + 12 \cdot 3 = 386$  kr.

**4:** To telefonselskaber tager de priser, der er vist herunder.  
Sammenlign priserne for fast afgift og taletid ved at lave grafer.  
Du bestemmer selv, hvorledes du vil indrette dit koordinatsystem.

### Mobil-kompagniet

Kun 150 kr. pr. måned  
inkl. 100 min. taletid

Taletid ud over de første  
100 min.: 60 øre pr. min.

### Tele-kompagniet

Fast afgift:  
100 kr. pr. måned

75 øre pr. min. for hver  
af de første 100 min.

40 øre pr. min. for taletid  
ud over de første 100 min.

**5:** En sælger kan vælge mellem disse to aflønningsformer. Lav en grafisk sammenligning.

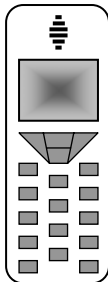
En grundløn på 20.000 kr. pr. måned og  
10% af det salg, der overstiger 200.000 kr.

5% af salget op til 200.000 kr. og  
15% af det salg, som overstiger 200.000 kr.

6: Kik på annoncerne her under:

**NOKKO 545**  
 Inkl. 6 måneders abonnement  
 hos Mobilia **298 kr.**  
 Du sparer over 65%  
 Normalpris  
 NOKKO 545 498 kr.  
 Abonnement pr. mdr. 60 kr.

**NOKKO 747**  
 Inkl. 6 måneders abonnement  
 hos Debilia **498 kr.**  
 Du sparer over 50%  
 Normalpris  
 NOKKO 747 698 kr.  
 Abonnement pr. mdr. 50 kr.



a: Er det rigtigt at man sparer ”over 65%” og ”over 50%”?

b: Find de præcise besparelser i forhold til normalprisen ved begge tilbud i procent med en decimal.

Nu skal du kikke på priserne for en enkelt samtale.

c: Hvad koster en samtale...

...på præcis 5 min. hos hvert af de to selskaber?

...på 2½ min. hos hvert af de to selskaber?

...på 15 sek. hos hvert af de to selskaber?

d: En samtale koster 1,45 kr. hos Mobilia.

Hvor lang tid har samtalen varet?

e: En samtale koster 1,80 kr. hos Debilia.

Hvor lang tid har...

...samtalen mindst varet?

...samtalen højst varet?

f: Lav og udfyld en tabel som denne:

Antal min.	0	1	2	3	4	5
Pris hos Mobilia						

g: Tegn en graf for Mobilia i et koordinatsystem.

På x-aksen er 1 cm = 20 sekunder. På y-aksen er 1 cm = 25 øre.

h: Tegn også en graf for Debilia i koordinatsystemet.

Tænk grundigt over hvordan grafen skal se ud.

Sammenligning af priser på enkelte samtaler:

**Mobilia**  
 Opkaldsafgift **25 øre**  
 Minutpris **80 øre**  
 Du betaler kun for den tid, som du ringer.

**Debilia**  
 Opkaldsafgift **50 øre**  
 Minutpris **65 øre**  
 Pr. påbegyndt minut.

7: Prøv at sammenligne priserne på nogle af de telefon-abonnementer, som I har på holdet.

Skal man lave en fuld sammenligning, skal man kikke på rigtig mange ting.

Fx: Abonnement, minutpriser, opkalds-afgifter, SMS-priser osv.

**8:** Bremselængden for en bil er den strækning, som bilen når at køre, fra man begynder at bremse til bilen holder helt stille.



Bilers bremselængde **vokser meget**, når hastigheden vokser.

- Når man fordobler hastigheden firedobles bremselængden.
- Når man tredobler hastigheden nidobles bremselængden.
- Når man firedobler...

Teksten til højre er fra en teoribog.

- a:** Kan du se systemet i tallene i teksten?  
 Hvad tror du, at der sker med bremselængden, når man firedobler hastigheden?

Bremselængden for biler afhænger af mange ting men begge formlerne til højre giver gode cirka-tal.

- b:** Beregn bremselængde ved en hastighed på 100 km/time med begge formler. Du skal få samme resultat!
- c:** Mål bremselængden op udenfor - det er langt!!!
- d:** Kan du forklare, hvorfor formlerne giver det samme?
- e:** Lav og udfyld en tabel som denne:

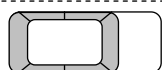
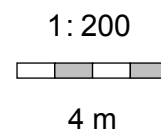
To formler for bremselængde:

$$B = 0,005 \cdot H^2 \quad \text{eller} \quad B = \frac{H^2}{200}$$

H er hastigheden i km/time.  
 B er bremselængden i meter.

Hastighed i km/time	0	20	40	60	80	100	osv.
Bremselængde i meter							

- f:** Tegn en graf for bremselængden i et koordinatsystem. På x-aksen er 1 cm = 10 km/time. På y-aksen er 1 cm = 10 meter. Tegningen herunder viser en bil på en vej. X er en forhindring på vejen.
- g:** Hvor langt er det mellem bil og forhindring?
- h:** Kan bilen nå at bremse, hvis den kører 100 km/t?
- i:** Hvor hurtigt må bilen højst køre, hvis den skal kunne nå at bremse? Du kan fx finde svaret ved at aflæse på din graf.



- j:** Ud over bremselængde taler man også om *standselængde*. Der er en formel for standselængde i opgave **86** på side 21. Undersøg hvad forskellen er på standselængde og bremselængde. Lav evt. en graf ud fra formlen på side 21.

**9: Alkohol (1)**

- a: Hvor meget vand er der i en mand på 72 kg?
- b: Beregn alkohol-promillen hos en mand på 72 kg, der har drukket fire øl.
- c: Beregn alkohol-promillen hos en kvinde på 60 kg, der har drukket tre glas vin.
- d: Lav og udfyld en tabel som denne:

Hos mænd er  $\frac{2}{3}$  af kropsvægten vand.  
Hos kvinder er 55% af kropsvægten vand.

Alkohol-promille kan beregnes således:

$$\text{Promille} = \frac{\text{Gram alkohol} \cdot 1000}{\text{Gram vand i kroppen}}$$

Antal genstande		0	1	2	osv.
Promille	Mand på 72 kg				
	Kvinde på 60 kg				
	Dig selv				

I et glas vin er der ca. 12 g alkohol.  
I en øl er der også ca. 12 g alkohol.  
Det kalder man ofte *en genstand*.

- e: Tegn en graf for promillerne i et koordinatsystem. På x-aksen er 1 cm = 1 genstand. På y-aksen er 1 cm = 0,2 promille.
- f: Hvor mange genstande skal kvinden på 60 kg drikke for at få en promille på 2? Prøv *både* at finde svaret på grafen *og* at beregne det!

**10: Alkohol (2)**

Heldigvis nedbryder kroppen også alkohol. Det kaldes forbrænding.

For hver 10 kg kropsvægt forbrændes 1 g alkohol i timen.  
Fx forbrænder en person på 65 kg 6,5 g alkohol i timen.

Man begynder at forbrænde alkohol straks efter, at man er begyndt at drikke. Derfor passer dine promille-beregninger i opgave 9 kun, hvis man drikker alkoholen lyn-hurtigt. Og det gør folk heldigvis sjældent!

- a: En mand på 72 kg drikker to øl i timen i seks timer. Derefter stopper han med at drikke. Lav og udfyld en tabel som denne:

Antal timer	0	1	....	6	osv.
Gram alkohol drukket					
Gram alkohol forbrændt					
Gram alkohol i kroppen					
Promille					

- b: Tegn en graf for promillen.
- c: Hvornår har manden forbrændt alt alkoholen?

